Univerzita Karlova v Praze

Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Miloš Holtan

RISK MANAGEMENT PRO STAVEBNÍ SPOŘITELNY – OPTIMÁLNÍ MODEL

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Petr Jaroš, Dr.
Studijní program: Matematika
Studijní obor: Finanční a pojistná matematika

Praha 2006

Poďakovanie

Ďakujem vedúcemu mojej diplomovej práce, pánovi Mgr. Petrovi Jarošovi, Dr., za všetok venovaný čas a cenné rady poskytnuté pri konzultáciách a za zapožičanie študijných materiálov.

Chcel by som poďakovať mojim rodičom a bratovi, ktorí ma povzbudzovali a podporovali nielen počas vypracovávania diplomovej práce, ale aj celého štúdia.

Ďakujem mojim priateľom za technickú a psychickú podporu.

Prehlasujem, že som svoju diplomovú prácu napísal sám a výhradne s použitím citovaných prameňov. Súhlasím so zapožičaním práce.

V Prahe dňa 8.8.2006

Miloš Holtan

Holtan

Obsah

Abstrakt

Název práce: Risk management pro stavební spořitelny – optimální model

Autor: Miloš Holtan

Katedra: Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Petr Jaroš, Dr.

e-mail vedoucího: *pjaros@csob.cz*

Abstrakt: Práce popisuje standardní modely řízení rizik ve finančních institucích a řeší možnost jejich použití ve stavebních spořitelnách. Matematicko-finančně popisuje produkt stavebního spoření se zaměřením na garance a opce v něm obsažené. Pomocí současné hodnoty finančních toků jsou zhodnoceny tarify stavebního spoření poskytované v České republice. Hlavní částí diplomové práce je konstrukce optimálního modelu ALM. Vzhledem k množství specifik a omezení je však tato úloha v celé komplexnosti neřešitelná. Za zjednodušených předpokladů je představený model BPV, který využívá k hedgingu finanční deriváty. Druhý model je založený na senzitivitě čistého úrokového výnosu na změnu úrokových sazeb. Závěr práce je věnován použitelnosti modelování úrokových sazeb v stavební spořitelně.

Klíčová slova: risk management, stavební spoření, úrokové riziko

Title: Risk Management for Building Saving Institutions

Author: Miloš Holtan

Department: Department of Probability and Mathematical Statistics

Supervisor: Mgr. Petr Jaroš, Dr.

Supervisor's e-mail address: *pjaros@csob.cz*

Abstract: The thesis deals with standard models of risk management in financial institutions and considers the application for building saving institutions. It includes the description of building saving contract and points at the embedded options and guarantees. Different kinds of contracts offered by Building Saving Institutions in Czech Republic are judged by using present value of the future cash-flows. The meaning of the diploma thesis is the construction of an optimal model ALM. Due to a number of specifics and limitations it is impossible to find a solution to this task in its complexity. With simplified assumptions the BPV model is presented with use of financial derivatives for hedging. The second model uses the sensitivity of net interest income to the change of interest rates. The final part considers the possibility of modeling interest rates and its use in Building Saving Institutions.

Keywords: risk management, Building Saving Institutions, interest rate risk

Zoznam používaných symbolov a skratiek

N	množina prirodzených čísel
O/N sadzba	jednodenná úroková sadzba
IRR	vnútorná výnosová miera
NII	čistý úrokový výnos
BPV	hodnota bázického bodu
PV	súčasná hodnota
ČNB	Česká národní banka
ČMSS	Českomoravská stavební spořitelna
NPV	čistá súčasná hodnota
1Y, 2Y, ...	1 rok, 2 roky, ...
ALM	riadenie aktív a pasív

Úvod

Stavebné sporiteľne sú z podstaty stavebného sporenia vystavené trhovému riziku, hlavne riziku zo zmeny úrokových sadzieb. Sporiteľňa je konfrontovaná náročnou úlohou, keď musí dlhodobo garantovať fixné úrokové sadzby vkladov i úverov svojim zákazníkom, čeliť nástrahám v podobe zákonom vstavaných opcií; realizuje aktivity na finančnom trhu, ktoré sú zákonom regulované, a naviac musí byť zisková, aby mala jej existencia vôbec zmysel. Aby bola táto úloha úspešne splnená, je nevyhnutné vedieť identifikovať možné riziká, merať ich a nájsť vhodnú metódu ako ich úspešne riadiť. Úlohou tejto diplomovej práce je poukázať na špecifiká stavebného sporenia v Českej republike a na základe týchto poznatkov sa pokúsiť navrhnúť model, ktorý by riešil problematiku riadenia úrokového rizika v stavebnej sporiteľni.

V prvej kapitole predstavíme stavebné sporenie ako finančný produkt so zameraním na tunajšie podmienky a legislatívnu úpravu. Predstavíme výhody, či možnosti stavebného sporenia z pohľadu všetkých zúčastnených strán a na opcie a garancie, ktoré sú v produkte zakomponované. Súčasťou tejto kapitoly sú aj výpočty vnútornej výnosovej miery kontraktu stavebného sporenia.

V druhej kapitole sa zoznámime s klasickými modelmi používanými pri riadení úrokového rizika vo finančných inštitúciách – gapovou analýzou, duračnou gapovou analýzou a simuláciou. Poukážeme na ich výhody a nevýhody a možnosť aplikácie v stavebnej sporiteľni. Táto kapitola predstavuje aj stochastické modely úrokových mier a trinomické stromy, ktoré použijeme pri modelovaní úrokových sadzieb pomocou modelu Hull-White. Ten neskôr využijeme na odhad budúcich úrokových sadzieb v modeli stavebnej sporiteľne.

Tretia kapitola popisuje hlavné zložky finančných tokov, ktoré sú súčasťou každého kontraktu stavebného sporenia. Okrem toho v tejto kapitole uvádzame výpočty súčasnej hodnoty finančných tokov s využitím modelu Hull-White. Na rovnakej báze je porovnávaná výhodnosť taríf stavebného sporenia. Vypočítaná súčasná hodnota je použitá v modeli BPV, ktorý používame na riadenie úrokového rizika v štvrtej kapitole.

V nej ukážeme dva modely na riadenie úrokového rizika, ktoré sme aplikovali na reálne dáta. Okrem spomenutého BPV modelu sa jedná o model NII, ktorý je založený na citlivosti čistého úrokového výnosu na zmenu úrokových sadzieb. Po úvodnom predstavení modelov vyhodnotíme výsledky, ktoré sme získali ich použitím v zjednodušenom modeli stavebnej sporiteľne. Časť záverečnej kapitoly sa venuje možnosti využitia modelovania úrokovej miery pri riadení úrokového rizika.

Kapitola 1

Stavebné sporenie

1.1 Finančný produkt stavebné sporenie

Myšlienka stavebného sporenia sa začala rozvíjať v Rakúsku a Nemecku na prelome dvadsiatych a tridsiatych rokov minulého storočia. V súčasnosti je stavebné sporenie v rôznych podobách a špecifikách poskytované v mnohých krajinách, hlavne v Európe, ale aj Indii, alebo Číne.

Stavebné sporenie v Českej republike je finančný produkt, ktorý poskytujú stavebné sporiteľne, teda banky, ktoré môžu vykonávať iba činnosť stanovenú príslušným zákonom. Stavebné sporenie je v ČR právne ukotvené v zákone č. 96/1993 Sb., o stavebním spoření a státní podpoře stavebního spoření a o doplnění zákona České národní řady č. 586/1992 Sb., o daních z příjmu, ve znění zákona České národní řady č. 35/1993 Sb., ve znění zákona č. 83/1995 Sb., zákona č. 423/2003 Sb. a zákona č. 292/2005 Sb. Prvé stavebné sporiteľne boli v ČR založené už v roku 1993.

Z názvu tohto produktu vyplýva, že sa jedná o účelové sporenie. Úver, ktorý klienti môžu čerpať, musia použiť na riešenie bytových potrieb, ktoré definuje zákon. Na začiatku je dohoda o sporení potvrdená písomne zmluvou medzi účastníkom sporenia a stavebnou sporiteľňou. V nej musia byť špecifikované úrokové sadzby z vkladov a úveru. Rozdiel týchto sadzieb nesmie prekročiť tri percentá. Klient sa v zmluve zaviaže ukladať v sporiteľni vklady v dohodnutej výške. V prípade, že nechce použiť nasporené financie na riešenie bytových potrieb, musí sporiť minimálne 6 rokov. Vklady môžu byť síce nepravidelné, avšak sporiteľne stanovujú ich minimálnu ročnú výšku. Takýto predpoklad je logický, pretože sporiteľňa poskytuje úvery z peňazí iných klientov a musí zariadiť, aby každý sporiteľ prispel ročným vkladom na tento účel. K úsporám je ročne pripisovaná štátna podpora vo výške 15% z nasporenej čiastky v danom roku, maximálne však z 20.000 Kč. Časť úspor, ktorá presahuje 20.000 Kč sa z hľadiska nároku na štátnu podporu prenáša do nasledujúceho roku. To je veľmi dôležitý poznatok hlavne pre tých, ktorí potrebujú dostať úver čo najskôr. Úver sa totiž odvíja aj od tzv. hodnotiaceho čísla a pri bežnom sporení nie je možné dosiahnuť postačujúcu hodnotu tohto čísla. Je preto nutné hneď na začiatku vložiť väčšiu sumu peňazí. Každá sporiteľňa používa iný postup pre výpočet hodnotiaceho čísla.

Všeobecne možno povedať, že jeho hodnota závisí na výške cieľovej sumy, množstve peňazí na účte a na zvolenej tarife stavebného sporenia. Sporiteľ môže uzavrieť aj viac zmlúv o stavebnom sporení, ale nárok na štátny príspevok si môže uplatniť iba na jednu z nich.

Poskytnutie štátnej podpory nie je obmedzené vekom ani zhora ani zdola. Rodina s deťmi tak môže riešiť otázku vlastného bývania, keď podporu od štátu dostane aj na zmluvy uzatvorené pre deti. Štátna podpora funguje na báze ročných záloh. To znamená, že každý rok sa pripíše účastníkovi stavebného sporenia na účet a ďalej sa úročí. Na to, aby mu bola vyplatená, je nutné čerpať účelový úver zo stavebného sporenia, alebo vypovedať zmluvu po viac než šiestich rokoch sporenia. Potom možno použiť nasporené prostriedky spolu so štátnou podporou ľubovoľne. Ak by nebola splnená aspoň jedna z uvedených podmienok, štátna podpora by musela byť vrátená a nebola by účastníkovi vyplatená. Je nutné zdôrazniť, že ešte aj v súčasnej dobe v stavebných sporiteľniach existujú zmluvy, ktoré boli uzatvorené za odlišných podmienok pred novelizáciou zákona, v ktorej sa zmenila výška štátnej podpory, či doba sporenia pre bezúčelové použitie zhodnotených financií, ktorá bola pôvodne iba 5 rokov.

Na konci roku sa klientom pripíše úrok za uplynulý rok. Je veľmi dôležité, najmä pri porovnávaní s inými produktmi, uviesť, že všetky výnosy pochádzajúce zo stavebného sporenia ako sú úroky z vkladov, úroky zo štátnej podpory, či štátna podpora sú oslobodené od dane.

Výška vkladov, podobne ako výška splátok úveru, sa určujú na základe cieľovej sumy:

Cieľová suma = vklady + št. podpora + úroky z vkladov a št. podpory + prípadný úver

Po splnení podmienok stanovených stavebnou sporiteľňou môže sporiteľ čerpať úver a použiť ho na riešenie bytových potrieb. Klient nemusí čakať na úver celých 6 rokov. Zákon stanovuje minimálnu čakaciu dobu na poskytnutie úveru 24 mesiacov od počiatku doby sporenia. Okrem toho sporiteľne zvyčajne požadujú nasporenie minimálnej čiastky, obvykle 40 % – 50 % z cieľovej sumy a dostatočnú výšku hodnotiaceho čísla. O tom, či sporiteľ po skončení doby sporenia bude čerpať aj úver sa rozhoduje už pri podpísaní zmluvy. Zároveň však existuje aj možnosť ponechať toto rozhodnutie na neskôr, pokiaľ si sporiteľ ešte nie je istý. Tento a iné detaily sú zohľadnené pri tvorbe taríf, ktoré sporiteľne svojim zákazníkom poskytujú. Podľa toho si môže prípadný záujemca vybrať medzi stavebnými sporiteľňami, hoci na prvý pohľad by sa mohlo zdať, že ponuka všetkých sporiteľní je rovnaká.

Stavebná sporiteľňa môže poskytnúť účastníkovi sporenia tzv. preklenovací úver až do výšky cieľovej sumy, ktorý slúži na riešenie bytových potrieb aj v prípade, keď ešte nemá nárok na štandardný úver, teda nesplnil všetky podmienky, ktoré už boli spomenuté. Klient potom platí iba úroky z preklenovacieho úveru a čaká na pridelenie cieľovej sumy. Z tej sa preklenovací úver spláca v momente, keď má klient nárok na čerpanie štandardného úveru zo stavebného sporenia. Úroková sadzba preklenovacieho úveru je ale vyššia ako sadzba úveru zo stavebného sporenia. Jej výška závisí od dĺžky sporenia ako aj od doby splácania úveru, prípadne od výšky cieľovej čiastky, hodnotiaceho čísla, výšky zostatku a doby nutnej k prideleniu cieľovej čiastky.

Klientom, ktorí po 6 rokoch sporenia túto dobu predlžujú, má stavebná sporiteľňa právo zmeniť úrokovú sadzbu, ktorou sú úročené ich vklady, ak nasporenými financiami dosiahli cieľovú sumu, ktorá sa následne zvýši.

Stavebné sporiteľne majú zákonom definované činnosti, ktoré môžu vykonávať okrem prijímania vkladov a poskytovania úverov. Z hľadiska investovania sú dôležité tieto body:

- Obchodovať s dlhopismi vydanými ČR, alebo ČNB
- Prijímať vklady od bánk, zahraničných bánk a ich pobočiek
- Obchodovať na vlastný účet s hypotekárnymi záložnými listami a podobnými produktmi vydanými členskými štátmi Organizácie pre hospodársku spoluprácu a rozvoj
- Obchodovať na vlastný účet s dlhopismi vydávanými členskými štátmi Organizácie pre hospodársku spoluprácu a rozvoj, centrálnymi bankami, finančnými inštitúciami a bankami so sídlom v týchto štátoch, Európskou investičnou bankou, Európskou centrálnou bankou

Ako je vidieť, štát veľmi dbá na ochranu financií svojich občanov, ktorí využívajú služby stavebných sporiteľní. Rizikovosť takéhoto investovania je minimálna na úkor nižších výnosov sporiteľne. Kombinácia nízkeho rizika a relatívne vysokých výnosov zo stavebného sporenia ukazuje tento produkt vo veľmi pozitívnom svetle.

1.2 Pohľad všetkých zúčastnených strán stavebného sporenia

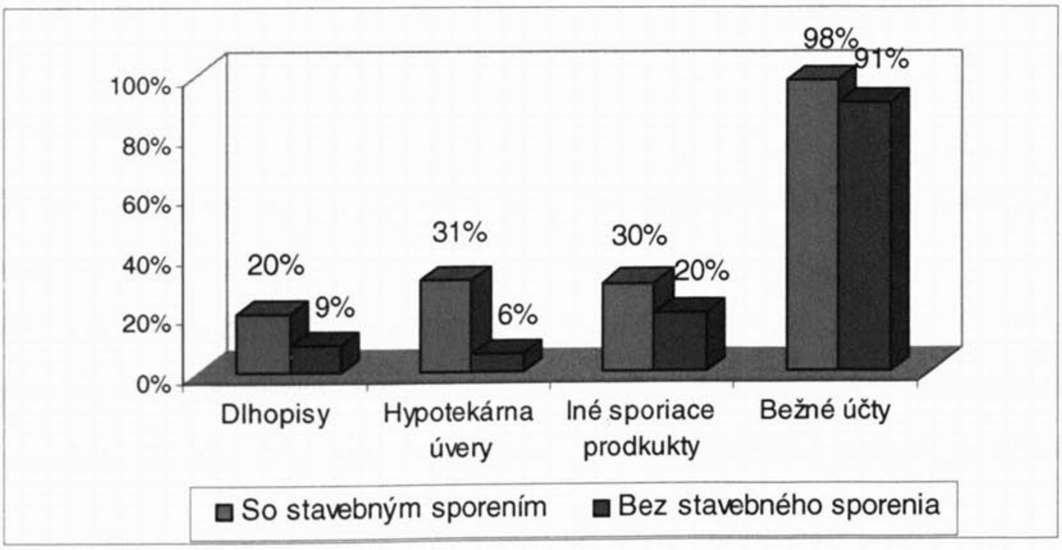
Pohľad sporiteľa:

- Veľký význam môže mať možnosť čerpať úver v budúcnosti, pričom v dobe uzatvorenia zmluvy nemusí sporiteľ spĺňať kreditné požiadavky pre poskytnutie úveru. Tie môže naplniť počas doby sporenia. Klientove vklady môže banka považovať za dostatočné záruky aj bez vhodnej kreditnej minulosti. Banky bežne neposkytujú úvery s fixnou úrokovou sadzbou. Tá je zvyčajne fixovaná raz ročne na tržné sadzby. Ak aj banky ponúkajú úvery s fixnou sadzbou, tak za podstatne nevýhodnejších podmienok.

- Využitie môže mať stavebný úver aj na rekonštrukciu, či modernizáciu bytových zariadení. Výhodné úverové podmienky ponúkajú hypotekárne banky až pri vyšších objemoch úverov. Ak teda náklady na rekonštrukciu neprekročia istú hladinu, je financovanie rekonštrukcie zo stavebného sporenia výhodné.
- Najväčším lákadlom je podpora zo strany štátu, ktorá zo stavebného sporenia robí výhodnú investíciu bez ohľadu na to, či je použitá na stavebné účely

Pohľad inštitúcie, ktorá by chcela poskytovať služby stavebného sporenia:

- Pre inštitúciu má podstatný význam zníženie kreditného rizika. Klient, ktorý splnil podmienky na získanie úveru dokázal, že je po dlhšiu dobu schopný odkladať časť svojho príjmu. Z toho sa dá usúdiť, že bude schopný splácať aj úver, ktorý mu sporiteľňa poskytne. Tento predpoklad je podložený reálnymi výsledkami v nemeckej praxi. Porovnanie ľudí čerpajúcich úver zo stavebného sporenia a tých, čo čerpajú hypotekárny úver ukazuje, že ukončenie schopnosti splácať úver je podstatne častejšie u hypotekárnych klientov (7,5 krát viac v roku 1998) (Roy, 2004).
- Ďalším dôležitým faktorom je vzťah medzi inštitúciou a klientom. Jeho dĺžka je zväčša 6 rokov, ale častejšie je to až 15, či viac rokov, v závislosti na dobe splácania úveru. Inštitúcia, ktorá poskytuje stavebné sporenie má teda možnosť klientovi poskytnúť dodatočné služby a ďalšie produkty (viď obr. 1.1).



Obr. 1.1: Používanie produktov u bánk poskytujúcich a neposkytujúcich stavebné sporenie v Nemecku za rok 2003 (Roy, 2004)

Pohľad štátu:

- Z hľadiska štátu je stavebné sporenie účinný prostriedok ako oživiť stavebné aktivity jednotlivcov v spoločnosti. Stavebné sporenie je často chápané aj ako podpora stredných a nízko príjmových vrstiev, ktoré dostávajú šancu preukázať finančnú disciplínu.
- Štátna podpora je myslená ako impulz na transformáciu krátkodobých úspor na dlhodobé. Štát sa tak snaží podporovať dopyt po výstavbe, ktorý by nemal byť závislý na pohyboch úrokovej miery a cyklických zmenách.
- Podstatnou otázkou pre štát je výška podpory pre stavebné sporenie, a to nielen z hľadiska zaťaženia štátneho rozpočtu. Hlavný efekt podpory by mal byť impulz pre sporenie so zámerom financovať stavebné účely. V momente, keď sa očakáva dlhodobý pokles trhových úrokových sadzieb, je treba zvážiť aj zníženie podpory, aby nedošlo k tomu, že celá aktivita podpory výstavby vyjde nazmar.
- Štátna podpora je dôležitým nástrojom, ktorým sa udržuje likvidita v stavebných sporiteľniach, pretože na jednej strane je podpora výnosom pre sporiteľa, ktorý robí stavebné sporenie atraktívne, čo prináša nové financie do sporiteľne, a na strane druhej sú to reálne dlhodobé zdroje, ktoré môže sporiteľňa použiť na krytie úverov. V opačnom prípade by bola sporiteľňa nútená požičiavať si na trhu za trhové sadzby, čo by vzhľadom na opcie vyplývajúce zo stavebného sporenia nemuselo byť výhodné.

1.3 Opcie a garancie zahrnuté v produkte stavebného sporenia

Nemennosť sadzieb

Účastník stavebného sporenia má po celú dobu **garantované** dve úrokové sadzby:

1. Úroková sadzba z vkladov
2. Úroková sadzba z prípadného úveru

Vzhľadom na dlhý horizont tohto produktu môže byť v prípade pohybu trhových úrokových sadzieb fixnosť klientskych sadzieb veľkou výhodou, pokiaľ ju účastník vie využiť.

Vklady

Klienti síce majú v zmluve doporučený mesačný vklad, avšak vkladať môžu ľubovoľne od začiatku roku až do jeho posledného dňa, viackrát, alebo jednorázovo, a stále budú mať v príslušnom roku nárok na štátnu podporu.

V prípade, že sú sadzby na finančnom trhu odlišné ako sporiteľova úroková miera z vkladu, je možné túto opciu využiť na dosiahnutie vyššieho výnosu v danom roku. V stavebnom sporení je teda obsiahnutá séria jednoročných amerických úrokových opcií. Ako bolo spomenuté v kapitole 1.1, sporitelia môžu jednorázovo vložiť všetky vklady na začiatku sporenia bez ohrozenia nároku na štátnu podporu v ďalších rokoch sporenia. Tým dostávajú ďalšiu úrokovú opciu, ktorú môžu v prípade očakávania poklesu úrokových sadzieb výhodne využiť.

Dĺžka sporenia

Klient môže sporiť za nezmenených podmienok dlhšie ako 6 rokov a sporenie môže predlžovať. Obmedzením je výška cieľovej čiastky, ktorú nesmie sporením prekročiť.

Úver

Sporiteľ nemá povinnosť čerpať úver zo stavebného sporenia. Stavebná sporiteľňa je však povinná mu po splnení všetkých podmienok úver poskytnúť za fixnú sadzbu stanovenú už pri podpísaní zmluvy. Pri podpísaní zmluvy teda dostáva úrokovú opciu, keďže nie je povinný úver čerpať. Sporiteľ má naviac právo úver čerpať už po dvoch rokoch od začiatku sporenia.

Splatnosť úveru

Sporiteľ si môže zvoliť dĺžku splácania úveru v určitom intervale. Má právo splatiť aj viac ako len mesačnú splátku, prípadne môže celý úver predčasne splatiť.

1.4 IRR v stavebnom sporení

Hlavným zmyslom stavebného sporenia je financovanie bytových potrieb sporiteľov z výhodného úveru, ktorý im je po splnení podmienok v prípade záujmu poskytnutý. Existujú však aj klienti, ktorí nevyužívajú možnosť čerpať úver, ale používajú stavebné sporenie ako formu investície. Ak totiž sporia dobu, ktorá je stanovená zákonom (v súčasnosti 6 rokov), nemusia využiť zhodnotené prostriedky so štátnou podporou účelovo. Mohlo by sa zdať, že štát vynaložil zbytočne financie, pretože títo sporitelia nepoužijú podporu na stavebné účely. V skutočnosti je to ale inak. Význam týchto klientov je veľký, pretože ich financie, ktoré sú viazané počas doby sporenia umožňujú pokryť úvery sporiteľov čerpajúcich úver. Pokiaľ by bol klientom, ktorí iba sporia nárok na štátnu podporu odoprený, stavebné sporenie by pre nich nebolo výhodné, investovali by iným spôsobom, a teda by v stavebnom sporení chýbali lacné prostriedky na úvery.

Výhodnosť takejto formy investovania je daná výškou vnútornej výnosovej miery – IRR. Uveďme jednoduchý príklad, kedy sporiteľ k prvému dňu v mesiaci vkladá čiastku 1.000 Kč až do výberu cieľovej sumy. Začiatok sporenia nech je 1. januára. Úroková sadzba vkladov sa momentálne pohybuje na 2 % p.a. Tabuľka 1.1 (v prílohe) znázorňuje vklady, úroky a štátnu podporu zvoleného kontraktu. Predpokladajme, že štátna podpora je klientovi pripísaná vždy 1. marca za predchádzajúci rok. Jej výška je momentálne stanovená zákonom na 15 % z nasporenej sumy v príslušnom roku, maximálne však z 20.000 Kč, teda nie viac ako 3.000 Kč. Úroky sú pripisované raz ročne a to 1. januára.

Vklad 1.000 Kč bol ukladaný 60 mesiacov, cieľová suma bude vyplatená 1. marca siedmeho roku od začiatku sporenia, keďže klient bude čakať na pripísanie štátnej podpory. Nasporená čiastka pri ukončení sporenia je 88.910 Kč.

Vnútorná miera výnosnosti je definovaná ako úroková miera, pri ktorej je čistá súčasná hodnota NPV (*Net present value*) k 1. januáru rovná nule, teda riešením rovnice (1.1).

$$NPV(r) = \sum_{j=1}^{n} \frac{C_{t_j}}{(1+r)^{t_j}} = 0 \quad , n \in N \qquad (1.1)$$

kde C_{t_j} sú finančné toky v časových okamihoch $t_j \geq 0$.

V našom príklade teda platí vzťah (1.2):

$$NPV(r) = -1000 - \frac{1000}{(1+r)^{1/12}} - \frac{1000}{(1+r)^{2/12}} - ... - \frac{1000}{(1+r)^{71/12}} + \frac{88910}{(1+r)^{74/12}} = 0 \qquad (1.2)$$

Z rovnice (1.2) vyplýva, že vnútorná výnosová miera je $r = 6{,}59\%$.

Už sme spomenuli, že výhodou stavebného sporenia je oslobodenie jeho výnosov od dane. Preto musíme brať do úvahy daňové navýšenie *(tax gross-up)*, ktoré z vypočítanej čistej úrokovej miery urobí hrubú úrokovú mieru, ktorú by sporiteľ alternatívne musel obdržať v banke pri ukladaní mesačného vkladu 1.000 Kč po dobu 6 rokov, aby to preňho bolo výhodnejšie. V súčasnosti by musel dostať úrokovú sadzbu vo výške 6,59 % / (1-0,15) =7,75 % , keďže zrážková daň z úrokov je 15%.

Je teda zrejmé, že za súčasných podmienok je stavebné sporenie výhodné, obzvlášť pokiaľ berieme do úvahy aj minimálne riziko tohto produktu, z čoho vyplýva jeho neustála popularita. Pochopiteľne je nutné sporiť aspoň 6 rokov, pretože v prípade predčasného výberu sporiteľ prichádza o štátnu podporu, a tým aj o výhodnosť takejto investície. V tomto prípade by sa jeho úspory úročili sadzbou o niečo vyššou ako 2 %, keďže by mu aj po odobratí štátnej podpory ostali úroky, ktoré by mu boli za ňu pripísané.

Pred niekoľkými rokmi sa doba sporenia (pre bezúčelové použitie zhodnotených financií) zmenila úpravou zákona z 5 na 6 rokov. Vplyv tejto zmeny môžeme zistiť vypočítaním vnútornej výnosovej miery pre 5 ročnú dobu sporenia a inak nezmenených podmienok.

$$NPV(r) = -1000 - \frac{1000}{(1+r)^{1/12}} - \frac{1000}{(1+r)^{2/12}} - \ldots - \frac{1000}{(1+r)^{59/12}} + \frac{73237}{(1+r)^{62/12}} = 0 \quad (1.3)$$

Riešením tejto rovnice je vnútorná výnosová miera vo výške 7,43%, čo je viac ako súčasný výnos 6,59%. Zmena zákona bola preto na úkor výnosov zo stavebného sporenia. Napriek tomu aj pri 6 ročnom sporiacom cykle je stavebné sporenie pri súčasnej výške štátnej podpory stále výhodné.

Kapitola 2

Štandardné metódy riadenia úrokového rizika

2.1 Finančné riziká

Pojem riziko je známy každému z bežného života. Pokiaľ sa na riziko pozeráme z finančného hľadiska, hovoríme o finančnom riziku. Toto riziko je definované ako možná finančná strata subjektu, teda možná budúca strata vyplývajúca z daného finančného, či komoditného portfólia.

Termín finančné riziko zahŕňa širokú oblasť rizík. Pre názornejší prehľad môžeme použiť nasledujúce delenie:

1. *Úverové riziko* – riziko straty zo zlyhania partnera (dlžníka) tým, že nesplní svoje záväzky podľa podmienok kontraktu, a tým spôsobí veriteľovi stratu.
2. *Tržné riziko* – riziko zo zmien tržných cien finančných nástrojov v dôsledku nepriaznivého vývoja úrokových mier (*úrokové riziko*), cien akcií (*akciové riziko*), cien komodít (*komoditné riziko*), či menového kurzu (*menové riziko*)
3. *Riziko likvidity* – riziko straty v prípade momentálnej platobnej neschopnosti (*riziko financovania*), alebo riziko straty v prípade malej likvidity trhu (*riziko trhovej likvidity*)
4. *Operačné riziko* – riziko straty v prípade ľudských chýb, podvodov, nedostatkov informačných systémov

Ako je vidieť, inštitúcie pracujúce na finančnom trhu sú vystavené mnohým nástrahám. Aby bola inštitúcia, napr. stavebná sporiteľňa, úspešná, musí vedieť riziko riadiť. Banka sa snaží riziko minimalizovať, ale zároveň chce byť zisková. Kým na bankovej knihe je snaha o úplnú elimináciu úrokového rizika, trading môže určité riziko podstupovať s výhľadom na vyšší zisk, keďže rizikovejšie operácie sú zvyčajne aj výnosnejšie.

V tejto práci sa budeme venovať hlavne riziku úrokovému, ktoré najväčšou mierou zasahuje do života stavebnej sporiteľne z dôvodu konštrukcie produktu stavebného sporenia. Sporiteľňa musí klientom garantovať nemennosť úrokovej sadzby po celú dobu sporenia a pri podpise zmluvy vie klient vopred sadzbu, ktorou bude úročený jeho prípadný úver. Ak by boli úrokové miery na finančnom trhu relatívne stabilné, nebolo by sa treba úrokovým rizikom špeciálne zaoberať. Takýto stav nie je nereálny. Historicky tu bol až do začiatku

70. rokov 20. storočia. Vtedy došlo k zmene a úrokové sadzby začali fluktuovať, čo malo za následok vznik špeciálnych útvarov v bankách, ktoré sa zaoberajú riadením aktív a pasív – ALM *(asset and liability management)*. Ani súčasné úrokové sadzby nie sú stabilné, čo podporuje nutnosť riadenia úrokového rizika a zvýrazňuje jeho dôležitosť.

Úroková miera je ovplyvňovaná mnohými faktormi a okolnosťami, a preto je veľmi náročné, hlavne z dlhodobého hľadiska, dostatočne presne odhadnúť pohyb úrokových sadzieb.

Úrokové sadzby majú 2 zložky :

Úroková sadzba rizikového nástroja	=	Bezriziková úroková miera	+	Riziková prémia

Za bezrizikovú úrokovú sadzbu sa zvyčajne berie výnos štátnych dlhopisov. Riziková prémia kompenzuje hlavne kreditné riziko, ale aj likvidné a iné riziká.

Na vývoji úrokovej miery sa nepodieľa len bezriziková zložka, ktorá je ovplyvňovaná zmenou dopytu a ponuky, ale aj riziková časť.

Likvidné riziko je spôsobené zmenou v možnosti predaja jednotlivých nástrojov.

2.2 Úrokové riziko

Úrokové riziko vyplýva pre banku zo zmien úrokových sadzieb a z ich dopadu na zisk. Vzhľadom na to, že aktíva, či pasíva banky sú často viazané na nejakú trhovú referenčnú sadzbu (PRIBOR, LIBOR,...), ktorá nebýva stabilná, ale fluktuuje, v momente, keď hodnota aktív nie je rovnaká ako hodnota pasív pri každej splatnosti alebo precenení, je banka vystavená *riziku gapu.* Ak by bol objem aktív a pasív pri každej splatnosti či precenení rovnaký, tak zmena hodnoty aktív a pasív pri zmene úrokových mier by sa vzájomne eliminovali.

Ďalším rizikom v dôsledku zmeny trhových úrokových sadzieb je *riziko výnosovej krivky.* Kým pri riziku gapu predstavovala riziko paralelná zmena výnosovej krivky nahor alebo nadol, v prípade rizika výnosovej krivky je to zmena tvaru, alebo sklonu výnosovej krivky. Tento jav nastáva preto, lebo krátkodobé a dlhodobé úrokové sadzby nie sú na seba dostatočne viazané.

Pri popise rizika gapu sme uvažovali, že úrokové sadzby na aktívach a pasívach sa menia rovnako. Môže však nastať prípad, že aktíva a pasíva sú viazané na navzájom (do istej miery) nezávislé úrokové sadzby. Banka je potom vystavená riziku aj v prípade, že aktíva a pasíva sa preceňujú v rovnakom čase. Toto riziko sa nazýva *riziko bázy*.

Okrem uvedených rizík je z hľadiska stavebnej sporiteľne veľmi podstatné *riziko vtelenej opcie*. Toto riziko vyplýva z možnosti predčasného výberu vkladov, alebo splatenia úveru. Špecifikum pre stavebnú sporiteľňu predstavuje nemennosť úrokovej sadzby vkladov po celú dobu sporenia a možnosti vkladať ľubovoľne v priebehu roka (úroková opcia). V prípade nižších úrokových sadzieb na trhu sporiteľ využije možnosť úročenia svojho vkladu na stavebnom sporení. V opačnej situácii je sporiteľňa, ktorá je nútená tento vklad umiestniť na trhu za pre ňu nevýhodných podmienok. V prípade úveru a rastu úrokových mier si musí sporiteľňa za predpokladu, že úver nevykryje z nových vkladov, požičať na trhu za vyššie sadzby. Naopak pri predčasnom splatení a poklese úrokových mier je nútená umiestniť tieto prostriedky pri nižších sadzbách, čím dochádza k poklesu úrokových výnosov.

2.3 Riadenie úrokového rizika

Aby sme mohli úrokové riziko správne riadiť, musíme najskôr určiť vhodné metódy jeho merania. Pre riadenie rizík sa používajú dva prístupy. Klasický prístup je v podstate statický, popisuje príčiny. Ukazuje nám teda veľkosť pozície v danom riziku. Tento prístup ale nehovorí nič o dopadoch realizácie rizika na NII. Druhý prístup vychádza z rizikových pozícií a snaží sa s istou pravdepodobnosťou predikovať stratu pri nepriaznivom vývoji úrokových sadzieb.

Najčastejšie sa používa gapová analýza (prvý prístup), duračná gapová analýza, simulácia či BPV.

Gapová analýza

Gapová analýza vyjadruje zmenu čistého úrokového výnosu pri zmene úrokových sadzieb na trhu. Aktíva aj pasíva sú rozdelené podľa citlivosti na zmenu úrokových sadzieb na úrokovo citlivé a úrokovo necitlivé. Úrokovo citlivé aktíva sú také, ktoré v prípade zmeny úrokových mier môžu meniť úrokový výnos. Úrokovo citlivé pasíva sú také, ktoré v prípade zmeny úrokových mier môžu meniť úrokový náklad. Ak nie sú aktíva, alebo pasíva úrokovo citlivé, tak sú úrokovo necitlivé.

Celkový vplyv zmeny úrokových sadzieb na výnosy banky môžeme vyjadriť ako (Ziegler a kol., 1997):

$$GAP = \sum_{i=1}^{n} A_i^c - \sum_{j=1}^{m} P_j^c \text{ , } m,n \in N \quad (2.1)$$

kde: A_i^c ... *úrokovo citlivé aktívum*

P_i^c ... *úrokovo citlivé pasívum*

Pre správne určenie výšky gapu musíme vymedziť časové obdobie, za ktoré sa citlivosť aktív a pasív vyjadruje. Pri veľmi krátkom období sú totiž všetky aktíva i pasíva necitlivé na zmenu úrokových sadzieb a naopak pri veľmi dlhom období ich všetky možno pokladať za úrokovo citlivé. Z toho dôvodu sa vytvárajú tzv. časové koše (časové intervaly), do ktorých sa zaradzujú úrokovo citlivé aktíva i pasíva podľa maturity. Je dôležité stanoviť správny počet košov. Ak totiž použijeme malý počet košov, môže dôjsť k tomu, že výsledky budú zavádzajúce. Naopak, veľký počet časových košov vedie k ťažkej interpretovateľnosti. V praxi sa obvykle kroky časových košov volia exponenciálne (viď napr. tabuľka 2.1).

Fixne úročené nástroje sa do košov zaradzujú podľa doby do splatnosti, pohyblivo úročené podľa doby do najbližšieho možného precenenia. Úrokovo citlivé aktíva a pasíva, ktoré nie sú preceňované, alebo splatné v čase vymedzenom niektorým časovým intervalom, radíme do posledného koša. Ten vymedzuje obdobie nad určitý počet rokov (začína rokom, ktorým končí interval v predposlednom koši).

Ako príklad gapovej správy uvedieme tabuľku 2.1, ktorá vykazuje gap v jednotlivých košoch a zároveň aj kumulovaný gap, ktorý je súčtom čiastkových gapov.

Tab. 2.1: Gapová správa (príklad voľby časových košov)

Splatnosť / precenenie	**Aktíva**	**Pasíva**	**GAP**	**Kumulovaný GAP**
0 - 7 dní	A_1	P_1	$A_1 - P_1$	$A_1 - P_1$
7 - 14 dní	A_2	P_2	$A_2 - P_2$	$\sum_{i=1}^{2}(A_i - P_i)$
14 dní - 1 mesiac	.	.	.	.
1 - 3 mesiace	.	.	.	.
3 - 6 mesiacov	.	.	.	.
6 mesiacov - 1 rok	.	.	.	.
1 - 3 roky	.	.	.	.
3 - 5 rokov	.	.	.	.
> 5 rokov	A_9	P_9	$A_9 - P_9$	$\sum_{i=1}^{9}(A_i - P_i)$

Ak je v niektorom koši $A_i < P_i$ tak hovoríme o negatívnom gape v danom koši, ak $A_i > P_i$ tak je gap pre tento kôš pozitívny a nakoniec ak $A_i = P_i$, tak je gap v tomto koši nulový ($i \in N$).

Pomocou gapovej analýzy môžeme pozorovať zmenu čistého úrokového výnosu pri zmene úrokovej sadzby.

Čistý úrokový výnos *(Net interest income)* – definujeme ako rozdiel úrokových výnosov aktív a úrokových nákladov pasív:

$$NII = \sum_{i=1}^{n} A_i^c r_i^A - \sum_{k=1}^{m} P_k^c r_k^P + NII_2 \ , \quad m,n \in N \qquad (2.2)$$

kde: A_i^c ... *úrokovo citlivé aktívum*

P_k^c ... *úrokovo citlivé pasívum*

r_i^A ... *úrokové miery úrokovo citlivých aktív*

r_k^P ... *úrokové miery úrokovo citlivých pasív*

NII_2 ... *čistý úrokový výnos z úrokovo necitlivých aktív a pasív*

Veľkosť zmeny čistého úrokového výnosu je teda daná:

$$\Delta NII = \Delta r^A \sum_{i-1}^{n} A_i^c - \Delta r^P \sum_{j=1}^{m} P_j^c \ , \quad m,n \in N \qquad (2.3)$$

Vo vzťahu (2.3) symboly Δr^A a Δr^P značia veľkosť zmeny úrokových sadzieb aktív a pasív.

Za predpokladu, že platí (2.4): $\Delta r^A = \Delta r^P = \Delta r$ (2.4)

dostaneme zo vzťahov (2.1) a (2.3):

$$\Delta NII = \Delta r \left(\sum_{i-1}^{n} A_i^c - \sum_{j=1}^{m} P_j^c \right) = \Delta r.GAP \ , \quad m,n \in N \qquad (2.5)$$

Z rovnice (2.5) vyplýva, že pri negatívnom kumulovanom gape a raste úrokových mier čistý úrokový výnos klesá a pri poklese sadzieb výnos stúpa. Naopak pri pozitívnom kumulovanom gape a raste úrokových mier čistý úrokový výnos stúpa a pri poklese sadzieb výnos klesá. V prípade nulového kumulovaného gapu sa neprejaví žiaden efekt na NII pri akejkoľvek zmene sadzieb.

Gapová analýza je pomerne jednoduchá, prehľadná a ľahko pochopiteľná. Gap ukazuje, ako zmeniť objem aktív a pasív, aby sa znížila rizikovosť pozície. Na druhej strane má táto analýza aj niekoľko nedostatkov. Pri niektorých položkách vznikajú nejasnosti kam ich zaradiť. S časovými košmi súvisí aj druhý nedostatok. Rozdeľovanie aktív a pasív zanedbáva fakt, že nie všetky položky v rámci jedného koša sú preceňované v rovnaký deň. Môže sa teda stať, že v koši s nulovým gapom s časovým intervalom 3-6 mesiacov budú všetky aktíva preceňované na začiatku 4. mesiaca a všetky pasíva na konci 6. mesiaca. V tomto prípade bude časový nesúlad medzi aktívami a pasívami takmer 3 mesiace aj napriek tomu, že gap v tomto koši je nulový. Riešením by však nebol ani veľký počet košov, pretože ako už bolo spomenuté, veľký počet košov vedie k ťažkej interpretovateľnosti a neprehľadnosti výsledkov.

Pre nás je však najdôležitejší fakt, že gapová analýza nepostihuje riziko vtelenej opcie. Vzhľadom na to, že kontrakt stavebného sporenia má vtelených opcií hneď niekoľko, je gapová analýza pre riadenie úrokového rizika prakticky nepoužiteľná. Riešením by mohlo byť zaradenie budúcich cash-flow, za predpokladu, že vieme správne odhadnúť klientské správanie, a teda využitie vtelených opcií. Rovnako je problémom aj fixná sadzba klientskych úverov a vkladov, ktorá spôsobuje, že sú necitlivé na zmenu úrokových sadzieb.

Duračná gapová analýza

Tento spôsob riadenia úrokového rizika sa na rozdiel od klasickej gapovej analýzy nestretáva s problémom časových košov. Kým gapová analýza je účinný nástroj proti zníženiu čistého úrokového výnosu, neberie sa príliš do úvahy dopad na trhovú hodnotu bankového kapitálu. Tento problém rieši durácia.

Duráciu možno vyjadriť ako podiel časovo váženej súčasnej hodnoty peňažných tokov a celkovej trhovej ceny cenného papiera, kde ako váhy berieme dobu do realizácie jednotlivých tokov (viď 2.6). Durácia predstavuje priemernú dobu splatnosti.

$$D = \frac{\sum_{t=1}^{n} \frac{tC_t}{(1+i)^t}}{H} = \frac{\sum_{t=1}^{n} \frac{tC_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+i)^t}} \qquad (2.6)$$

kde: C_t... *platby vyplývajúce z finančného nástroja v čase t*

i.... *výnos do splatnosti nástroja*

n.... *doba splatnosti v rokoch*

t ... *časové okamihy, v ktorých dochádza k platbám*

H ... *súčasná hodnota cenného papieru*

Durácia je vždy menšia, alebo rovná dobe splatnosti. Rovnosť nastáva v prípade nástroja s nulovým kupónom. Durácia je klesajúcou funkciou kupónovej sadzby.

Duračná gapová analýza pracuje duračným gapom, ktorý je definovaný podľa vzťahu (2.7) (Gardner, Mills, 1991):

$$DGAP = DA - \frac{THP}{THA} DP \qquad (2.7)$$

kde: *DA ... vážená durácia aktív*

DP ... vážená durácia pasív

THA ... trhová hodnota aktív

THP ... trhová hodnota pasív

Každému aktívu resp. pasívu je priradené percento z celkových aktív resp. pasív, durácia každej bilančnej položky je vážená svojim percentom a tieto vážené durácie sa spočítajú, čím dostaneme váženú durácia aktív a pasív.

Indikátorom existencie úrokového rizika v danom časovom okamihu je $DGAP \neq 0$.

Pre ďalšie úvahy použijeme približné vyjadrenie durácie v tvare (2.8):

$$D \cong -\frac{\frac{\Delta H}{H}}{\frac{\Delta r}{1+r}} \qquad (2.8)$$

kde H je cena nástroja, r je trhová úroková miera a Δ označuje zmenu hodnoty (Rose, 2002). Tento vzťah vyjadruje citlivosť ceny nástroja na zmenu úrokovej miery.

Zmenu čistej trhovej hodnoty kapitálu počítame ako rozdiel medzi zmenou trhovej hodnoty aktív a pasív.

$$\Delta THK = \Delta THA - \Delta THP \qquad (2.9)$$

Zo vzťahu (2.8) vyplývajú vzťahy (2.10):

$$\frac{\Delta THA}{THA} = -DA.\frac{\Delta r}{1+r}$$

$$(2.10)$$

$$\frac{\Delta THP}{THP} = -DP.\frac{\Delta r}{1+r}$$

Z definície zmeny čistej trhovej hodnoty kapitálu a definície duračného gapu môžeme za použitia práve odvodených vzťahov vyjadriť ΔTHK ako:

$$\Delta THK = -DGAP \frac{\Delta r}{1+r} THA \qquad (2.11)$$

Vzťah (2.11) teda určuje vplyv úrokových sadzieb na hodnotu bankového kapitálu.

Zaistenie proti pohybu úrokových sadzieb spočíva v praktizovaní "politiky nulového duračného gapu". Zaisťovaný subjekt by potom mal byť schopný plniť svoje splatné záväzky vyplývajúce z pasív bez úrokových strát.

Podstatnou výhodou duračnej gapovej analýzy je, že berie do úvahy časovú hodnotu peňažných tokov, a preto sa nemusí zaoberať problémom so začleňovaním do časových košov.

Nedostatkom je fakt, že vzťah (2.8), ktorý sme používali pri našich výpočtoch je len aproximačný a v prípade veľkých pohybov úrokových sadzieb môžu z tejto analýzy vyplývať nesprávne závery.

Ďalšou nevýhodou je, že duračná gapová analýza nepokrýva riziko výnosovej krivky, keďže uvažuje len s paralelným posunom výnosovej krivky nahor alebo nadol.

Hlavnou nevýhodou uvedenej analýzy je, že durácia sa v čase mení. Ak napríklad financuje subjekt dlhodobý úver depozitami s 3 a 5 ročnou duráciou, bude sa *DGAP* meniť aj keď štruktúra bilancie zostane nezmenená. Po dvoch rokoch bude durácia aktív málo zmenená, ale durácia depozít klesne významne. Tento jav je výsledkom rôznej doby preceňovania aktív a pasív. Preto treba duráciu portfólia priebežne upravovať.

Podobne ako to bolo u gapovej analýzy, podstatným nedostatkom pre model stavebnej sporiteľne je nepokrytie rizika vtelenej opcie. Táto analýza je použiteľná len pri zanedbaní tohto rizika, resp. použití modelu bez vtelených opcií a akceptovaní spomenutých nedostatkov. Duračná gapová analýza nie je už tak často využívaná pre riadenie úrokového rizika. Patrí medzi približné metódy.

Simulácia

Pomocou simulácie sa snažíme predvídať všetky budúce finančné toky, pri rôznych hodnotách úrokových mier. Simulácia vychádza buď z histórie za predpokladu nemennosti, teda predpokladáme, že nenastanú žiadne zmeny a bilancia bude rovnaká ako doteraz, alebo do modelu zakomponujeme aj budúce prípadné zmeny.

Tento spôsob riadenia rizika je náročný na vstupné informácie. Nestačia totiž len informácie, ktoré získame z minulých výsledkov, ale musíme zároveň predikovať rôzne veci, okrem iného aj budúce úrokové sadzby, prípadne budúce klientske správanie, od ktorého sa odvíja aj bilancia subjektu. Následne sa pozorujú dopady nasimulovaného vývoja na čistý úrokový výnos.

Výhodou simulácie je, že umožňuje simulovať širokú škálu faktorov, a tým poskytuje výsledky presne podľa špecifických požiadaviek. Výsledky sú zároveň ľahko interpretovateľné a názorné.

Na druhej strane je nevýhodou to, že simulácia si vyžaduje veľký objem vstupných dát a pri predikcii niektorých faktorov môže dôjsť k nepresnostiam, ktoré majú za následok nepresnosť celej simulácie. Hlavne z dlhodobého hľadiska treba brať závery poskytnuté touto metódou s nadhľadom.

2.4 Modelovanie úrokovej miery

Z hľadiska riadenia rizika v stavebnej sporiteľni je nevyhnutné, aby sme nejakým spôsobom mohli predpovedať vývoj úrokových mier v budúcnosti. V tejto časti sa budeme snažiť modelovať vývoj úrokových mier. Keďže modely sú založené na údajoch zo súčasnosti, bude s pribúdajúcim časom presnosť týchto odhadov menšia. Je to však asi najlepší prístup, ktorý môžeme použiť.

Podklady pre model

Snažíme sa modelovať celú výnosovú krivku. To môžeme robiť pomocou krátkej úrokovej miery, ktorá je úrokovou mierou v čase t na veľmi krátky okamih *(okamžitá úroková miera r – instantenous rate)*. Cena dlhopisov, opcií a iných derivátov je odvodená len na základe tejto úrokovej miery r v bezrizikovom svete. Hodnotu úrokového derivátu,

ktorý vyplatí f_T v čase T je $$E[e^{-\bar{r}(T-t)} f_T] \qquad (2.12)$$

kde $\bar{r}$ je priemerná hodnota r v intervale $[t,T]$, písmenom E je štandardne značená stredná hodnota (Hull, 2005).

Ak označíme $P(t,T)$ cenu bezkupónového dlhopisu, ktorý vyplatí v čase T hodnotu 1 Kč, tak zo vzťahu (2.12) dostaneme $$P(t,T) = E[e^{-\bar{r}(T-t)}] \qquad (2.13)$$

Nech $R(t,T)$ označuje úrokovú mieru v čase t na dobu T-t, potom pri spojitom úročení je

$$P(t,T) = e^{-R(t,T)(T-t)} \qquad (2.14)$$

Úpravou teda dostaneme $$R(t,T) = -\frac{1}{T-t} \ln P(t,T) \qquad (2.15)$$

Zo vzťahov (2.12) a (2.15) potom vyplýva (2.16):

$$R(t,T) = -\frac{1}{T-t} E\left[e^{-\bar{r}(T-t)}\right] \qquad (2.16)$$

Odvodili sme vzťah pre úrokovú mieru v čase t na ľubovoľné obdobie T, ktorý je závislý iba na hodnote parametra r. Modelovaním okamžitej úrokovej miery r teda dostaneme v ľubovoľnom čase t celú výnosovú krivku voľbou parametra T.

Rovnovážne modely

Princíp rovnovážnych modelov je založený na vychádzaní z ekonomických predpokladov, z ktorých sa navrhne proces charakterizujúci okamžitú úrokovú mieru. Skúmaním tohto procesu sa vyvodia závery o cene dlhopisov, či opcií. Bezrizikový proces okamžitej úrokovej miery je zvyčajne popisovaný Itoovým procesom v tvare (2.17):

$$dr = m(r)dt + s(r)dW \qquad (2.17)$$

Vo vzťahu (2.17) W znamená jednorozmerný Brownov pohyb.

Predpokladáme, že drift m a okamžitá smerodatná odchýlka s nie sú funkciou času, ale len okamžitej úrokovej miery r.

Mohlo by sa zdať, že jedna premenná je obmedzujúca. Avšak jedna premenná neznamená, že všetky sadzby sa posunú o rovnakú hodnotu, ale iba to, že sadzby sa posunú rovnakým smerom. Nejedná sa teda o paralelný posun výnosovej krivky; jej tvar sa môže meniť.

Najznámejšie jednofaktorové modely vychádzajú z týchto hodnôt parametrov:

$$m(r) = \mu r; s(r) = \sigma r \qquad \text{(Rendleman – Bartter model)} \quad (2.18)$$

$$m(r) = a(b - r); s(r) = \sigma r \qquad \text{(Vašíčkov model)} \quad (2.19)$$

$$m(r) = a(b - r); s(r) = \sigma\sqrt{r} \qquad \text{(Cox, Ingersoll a Ross model)} \quad (2.20)$$

Nevýhodou rovnovážnych modelov je to, že neodpovedajú automaticky dnešnej výnosovej krivke. Síce sa takto dá vytvoriť model, ktorý je použiteľný na množstvo kriviek, ale táto univerzálnosť je na úkor presnosti odhadov a často sa ani žiaden vhodný odhad nedá nájsť. Chybné vyjadrenie ceny podliehajúceho papieru môže mať za následok veľkú nepresnosť pri ocenení opcie a to i pri malej chybe. Riešením tohto problému rovnovážnych modelov sú *bezarbitrážne modely*.

Bezarbitrážne modely

Tieto modely sú nastavené presne na súčasnú výnosovú krivku, keďže tá je vstupom bezarbitrážnych modelov. Kým v rovnovážnych modeloch bol parameter pri koeficiente dt konštantný, v bezarbitrážnych modeloch je obecne funkciou času. Vyplýva to z toho, že sklon výnosovej krivky v súčasnosti ovplyvňuje budúcu okamžitú úrokovú mieru r. Ak je krivka rastúca pre interval $[t_1, t_2]$, koeficient pri dt bude kladný v intervale $[t_1, t_2]$ a pri klesajúcej výnosovej krivke v $[t_1, t_2]$ zase záporný v $[t_1, t_2]$.

My budeme používať Hull-White model, spomeňme však najskôr iný bezarbitrážny model.

Ho-Lee model

Tento model bol priekopníkom medzi bezarbitrážnymi modelmi. Prvý krát bol uverejnený v roku 1986 v Ho, Lee (1986). Model bol založený na binomických stromoch.

Limitne pri spojitom čase môžeme napísať model v tvare (2.21)

$$dr = \theta(t)dt + \sigma dW \qquad (2.21)$$

kde σ je konštantná štandardná smerodatná odchýlka okamžitej úrokovej miery *r*, *W* značí jednorozmerný Brownov pohyb a $\theta(t)$ je funkcia času, ktorá slúži na nastavenie súčasnej výnosovej krivky na model a je definovaná ako:

$$\theta(t) = \frac{\partial F(0,t)}{\partial t} + \sigma^2 t \qquad (2.22)$$

kde $F(0,t)$ je okamžitá forwardová miera v čase 0 pre okamih t. Je možné vypočítať ju z počiatočných údajov diskontu dlhopisov podľa vzťahu (2.23)

$$F(0,t) = -\frac{\partial \ln P(0,t)}{\partial t} \qquad (2.23)$$

Občas sa vo vzťahu (2.22) člen $\sigma^2 t$ zanedbáva. To znamená, že v priemere je smer úrokovej miery *r* rovný sklonu forwardovej výnosovej krivky.

Cena bezkupónového dlhopisu je v tomto modeli daná vzťahom (2.24)

$$P(t,T) = A(t,T)e^{-r(t)(T-t)} \qquad (2.24)$$

kde $$\ln A(t,T) = \ln\frac{P(0,T)}{P(0,t)} + (T-t)F(0,t) - \frac{1}{2}\sigma^2 t(T-t)^2 \qquad (2.25)$$

a kde $0 < t \leq T$, 0 označuje súčasnosť a t, T obecne nejaké časové okamihy v budúcnosti (Hull, 2005). Preto rovnica (2.24) vyjadruje cenu dlhopisu v budúcnosti za predpokladu znalosti okamžitej úrokovej miery v čase t a dnešných cien dlhopisov.

Hull-White model

Teraz sa zameriame na model, ktorý je rozšírením Vašíčkovho modelu (2.19). Jedným z možných vyjadrení Hull-White modelu je (2.26)

$$dr = [\theta(t) - ar]dt + \sigma dW \qquad (2.26)$$

kde a a σ sú konštanty a W značí jednorozmerný Brownov pohyb. Ho-Lee model je špeciálny prípad modelu Hull-White pre $a=0$.

Pri zavedenom značení v modeli Ho-Lee možno pre Hull-White model vypočítať funkciu $\theta(t)$ ako

$$\theta(t) = \frac{\partial F(0,t)}{\partial t} + aF(0,t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at}) \qquad (2.27)$$

Posledný člen rovnosti (2.27) býva pomerne malý a často sa zanedbáva.

Cena dlhopisu v čase t je daná vzťahom (2.28)

$$P(t,T) = A(t,T)e^{-B(t,T)r(t)} \quad (2.28)$$

kde
$$B(t,T) = \frac{1-e^{-a(T-t)}}{a} \quad (2.29)$$

a
$$\ln A(t,T) = \ln\frac{P(0,T)}{P(0,t)} + B(t,T)F(0,t) - \frac{1}{4a^3}\sigma^2\left(e^{-aT}-e^{-at}\right)^2\left(e^{2at}-1\right) \quad (2.30)$$

(Hull, 2005)

Opcie na dlhopisy

Ako uvádza Hull (2005), modely Ho-Lee a Hull-White umožňujú vyjadriť cenu opcie na bezkupónový dlhopis analyticky. Pre call opciu je to v čase 0 a maturitu T vzťah (2.31)

$$LP(0,s)N(h) - KP(0,T)N(h-\kappa) \quad (2.31)$$

kde L je nominál dlhopisu, K je realizačná cena, s je doba maturity dlhopisu a

$$h = \frac{1}{\kappa}\ln\frac{LP(0,s)}{P(0,T)K} + \frac{\kappa}{2} \quad (2.32)$$

Cena put opcie je zase daná vzťahom (2.33)

$$KP(0,T)N(-h+\kappa) - LP(0,s)N(-h) \quad (2.33)$$

Jediný rozdiel v dvoch spomenutých modeloch je vyjadrenie κ:

Ho-Lee model používa $$\kappa = \sigma(s-T)/\sqrt{T} \quad (2.34)$$

Hull White model používa $$\kappa = \frac{\sigma}{a}\left(1-e^{-a(s-T)}\right)\sqrt{\frac{1-e^{-2aT}}{2a}} \quad (2.35)$$

2.5 Stromy úrokovej miery

Stochastický proces krátkodobej úrokovej miery je v diskrétnom čase prezentovaný vo forme stromu úrokovej miery. Môžeme použiť binomické stromy, ako to spravili Ho-Lee pri prezentácii svojho modelu, alebo stromy trinomické, ktoré majú stupeň voľnosti naviac. Ak Δt označuje časový krok v strome, úrokové miery v uzloch predstavujú úrokovú mieru spojitého úročenia na dobu Δt. Na to, aby sme mohli modelovať úrokovú mieru cez stromy musíme zaviesť počiatočný predpoklad, že úroková miera R, prislúchajúca časovému intervalu $[t,\Delta t]$, sa riadi tým istým stochastickým procesom ako okamžitá úroková miera r, ktorá je úrokovou mierou v procese so spojitým časom. Pri diskontovaní je treba dať pozor na to, že každému uzlu odpovedá iný diskontný faktor.

Trinomický strom podľa Hull-White modelu

Ako sme už uviedli, okamžitá úroková miera r sa riadi podľa Hull-White modelu rovnicou $dr = [\theta(t) - ar]dt + \sigma dW$ (2.36)

Predpokladáme, že rovnakou rovnicou sa riadi aj úroková miera v intervale $[t, t + \Delta t]$ a ktorú označujeme R. Platí teda, že $dR = [\theta(t) - aR]dt + \sigma dW$ (2.37)

Tento predpoklad je rozumný obzvlášť pri voľbe veľmi malých časových úsekoch, teda pre $\Delta t \to 0$. Najskôr modelujeme úrokovú mieru I ktorá je na začiatku rovná 0 a ktorá sa riadi procesom $dI = -aIdt + \sigma dW$ (2.38)

Proces je symetrický okolo $I = 0$. Premenná $I(t + \Delta t) - I(t)$ má normálne rozdelenie so strednou hodnotou $-aI(t)\Delta t$ a rozptylom $\sigma^2 \Delta t$ (za predpokladu, že zanedbáme členy rádu vyššieho než Δt).

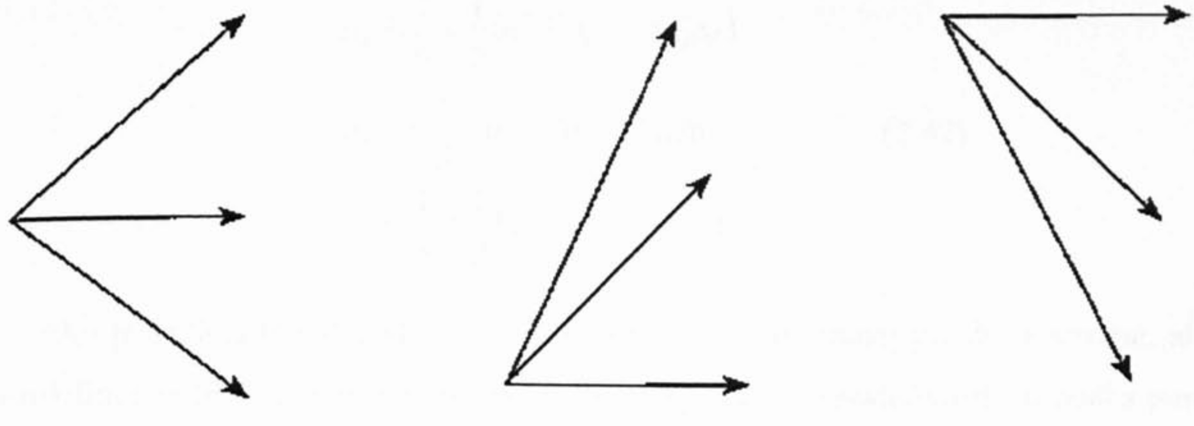
Ako je uvedené v Hull, White (1996), je vhodné vertikálnu vzdialenosť medzi uzlami v strome nastaviť na hodnotu $\Delta R = \sigma\sqrt{3\Delta t}$.

Definujme uzol v strome súradnicovým systémom tak, že uzol pre uzol (i, j), $i \in N, j \in Z$ platí $t = i\Delta t$, $I = j\Delta R$. Z každého uzla (až na uzly v poslednej línii stromu) sa môžeme s pravdepodobnosťou p_h dostať do najvyššieho dostupného uzla (vzhľadom na súradnicu *j*), s pravdepodobnosť p_s do stredného uzla a p_d znamená pravdepodobnosť, s ktorou sa dá dostať do najnižšieho dostupného uzla.

Občas je vhodné použiť zmenu vo vetvení. Štandardne sa používa vetvenie, ktoré je znázornené na obr. 2.1 - (1). Alternatívne môžeme použiť vetvenie (2) a to v prípade, že úrokové miery sú veľmi nízke, prípadne vetvenie (3) pri vysokých úrokových sadzbách. Vetvenie je nutné nastaviť vždy tak, aby pravdepodobnosti v každom uzle boli nezáporné.

Definujme j_{max} ako tú hodnotu j, pri ktorej meníme vetvenie z (1) na (3) a $j_{\min}$ z vetvenia (1) na (2). Hull a White ukázali, že pravdepodobnosti p_h, p_s, p_d sú vždy kladné, ak volíme $j_{\max} = -j_{\min}$ ako najmenšie prirodzené číslo, ktoré je väčšie ako $0.184/(a\Delta t)$.

Pravdepodobnosti sú nastavené tak, aby platili predpoklady o strednej hodnote a rozptyle zmeny sadzby I a aby ich súčet bol rovný 1.



Obrázok 2.1:Druhy vetvenia v trinomickom strome

Na základe týchto predpokladov pre štandardné vetvenie stromu (obr. 2.1 – (1)) sú pravdepodobnosti dané vzťahmi (2.39)

$$
\begin{aligned}
&p_h \Delta R - p_d \Delta R = -aj\Delta R\Delta t \\
&p_h \Delta R^2 + p_d \Delta R^2 = \sigma^2 \Delta t + a^2 j^2 \Delta R^2 \Delta t^2 \qquad (2.39) \\
&p_h + p_d + p_s = 1
\end{aligned}
$$

Dosadením za $\Delta R = \sigma\sqrt{3\Delta t}$ dostávame riešenie v tvare:

$$
\begin{aligned}
&p_h = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}\left(a^2 j^2 \Delta t^2 - aj\Delta t\right) \\
&p_s = \frac{2}{3} - a^2 j^2 \Delta t^2 \qquad (2.40) \\
&p_d = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}\left(a^2 j^2 \Delta t^2 + aj\Delta t\right)
\end{aligned}
$$

Pokiaľ je vetvenie v tvare (2) (viď obr. 2.1), a teda $j = j_{\min}$, tak dostaneme pravdepodobnosti v tvare:

$$
\begin{aligned}
&p_h = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}\left(a^2 j^2 \Delta t^2 + aj\Delta t\right) \\
&p_s = -\frac{1}{3} - a^2 j^2 \Delta t^2 - 2aj\Delta t \qquad (2.41) \\
&p_d = \frac{7}{6} + \frac{1}{2}\left(a^2 j^2 \Delta t^2 + 3aj\Delta t\right)
\end{aligned}
$$

Podobne pre vetvenie v tvare (3) (viď obr. 2.1), a teda $j = j_{\max}$, budú pravdepodobnosti v tvare (2.42)

$$p_h = \frac{7}{6} + \frac{1}{2}\left(a^2 j^2 \Delta t^2 - 3aj\Delta t\right)$$

$$p_s = -\frac{1}{3} - a^2 j^2 \Delta t^2 + 2aj\Delta t \qquad (2.42)$$

$$p_d = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}\left(a^2 j^2 \Delta t^2 - aj\Delta t\right)$$

Ako je vidieť, pravdepodobnosti nezávisia na horizontálnej polohe v strome, ale iba na vertikálnej, teda na j. Strom je naviac symetrický v pravdepodobnostiach podľa pomyselnej priamky idúcej cez všetky uzly o súradniciach $(i,0)$ pre $\forall i \in N$.

Takýmto spôsobom sme namodelovali strom pre úrokovú mieru I. Teraz musíme transformovať strom pre I na strom pre úrokovú mieru R, ktorú chceme namodelovať. Pri úrokovej miere I sme vychádzali z predpokladu $I = 0$ na počiatku. Ako sme pri úvode do modelu Hull-White uviedli, tento model je nastavený na súčasnú výnosovú krivku.

Preto zavedieme: $\alpha(t) = R(t) - I(t)$ (2.43)

Teda $\alpha(t)$ znamená rozdiel medzi príslušnými uzlami v oboch stromoch v čase t.

Vyjadrenie tohto vzťahu by sa dalo určiť analyticky, avšak takýmto vyjadrením získané výsledky nezodpovedajú presne počiatočnej výnosovej krivke.

Parametre α budeme preto vyjadrovať postupne, tak aby model presne odpovedal výnosovej krivke.

Označme α_i ako $\alpha(i\Delta t) = R(i\Delta t) - I(i\Delta t)$.

Nech $Q_{i,j}$ je súčasná hodnota istiny, ktorá vyplatí 1 Kč v prípade, že sa dosiahne uzol (i, j) a 0 v opačnom prípade. α_i a $Q_{i,j}$ vypočítame induktívne.

Podľa uvedených predpokladov je $Q_{0,0} = 1$.

Hodnota α_0 je rovné počiatočnej úrokovej miere odpovedajúcej úseku o dĺžke Δt, keďže $I(0) = 0$.

Takto sme teda zadefinovali pozíciu v počiatočnom uzle R stromu.

Následne sa vypočítajú hodnoty Q prislúchajúce každému uzlu, do ktorého sa dostaneme z počiatočnej pozície v strome. Z nich vieme potom vypočítať α_1 a tento postup opakujeme, až kým nedostaneme hodnoty pre celý strom.

Všeobecne možno tento postup zapísať nasledovne.

Nech hodnoty $Q_{i,j}$ sú známe až do $i \le m, m \ge 0$. Cieľom je určiť hodnotu α_m tak, aby strom správne ocenil bezkupónový dlhopis s maturitou rovnou $(m+1)\Delta t$. Úroková miera v uzle (m, j) je $\alpha_m + j\Delta R$ tak, aby platilo, že cena bezkupónového dlhopisu maturujúceho

v čase $(m+1)\Delta t$ bola $$P_{m+1} = \sum_{j=-n_m}^{n_m} Q_{m,j} e^{-(\alpha_m + j\Delta R)\Delta t} \qquad (2.44)$$

kde n_m je počet uzlov na každej strane uzlu $(m\Delta t, 0)$.

Riešením tejto rovnice je $$\alpha_m = \frac{\ln \sum_{j=-n_m}^{n_m} Q_{m,j} e^{-j\Delta R\Delta t} - \ln P_{m+1}}{\Delta t} \qquad (2.45)$$

Keď takto vypočítame hodnotu α_m, môžeme následne vypočítať $Q_{i,j}$ pre $i=m+1$

použitím vzťahu (2.46): $$Q_{m+1,j} = \sum_k Q_{m,k} q(k, j) e^{-(\alpha_m + k\Delta R)\Delta t} \qquad (2.46)$$

kde $q(k, j)$ je pravdepodobnosť prechodu z uzla (m, k) do uzla $(m+1, j)$.

Kapitola 3

Cash-flow kontraktu stavebného sporenia

3.1 Finančné toky v kontrakte

Cash-flow kontraktu stavebného sporenia môžeme rozdeliť na dve fázy, tak ako ukazuje tab. 3.1.

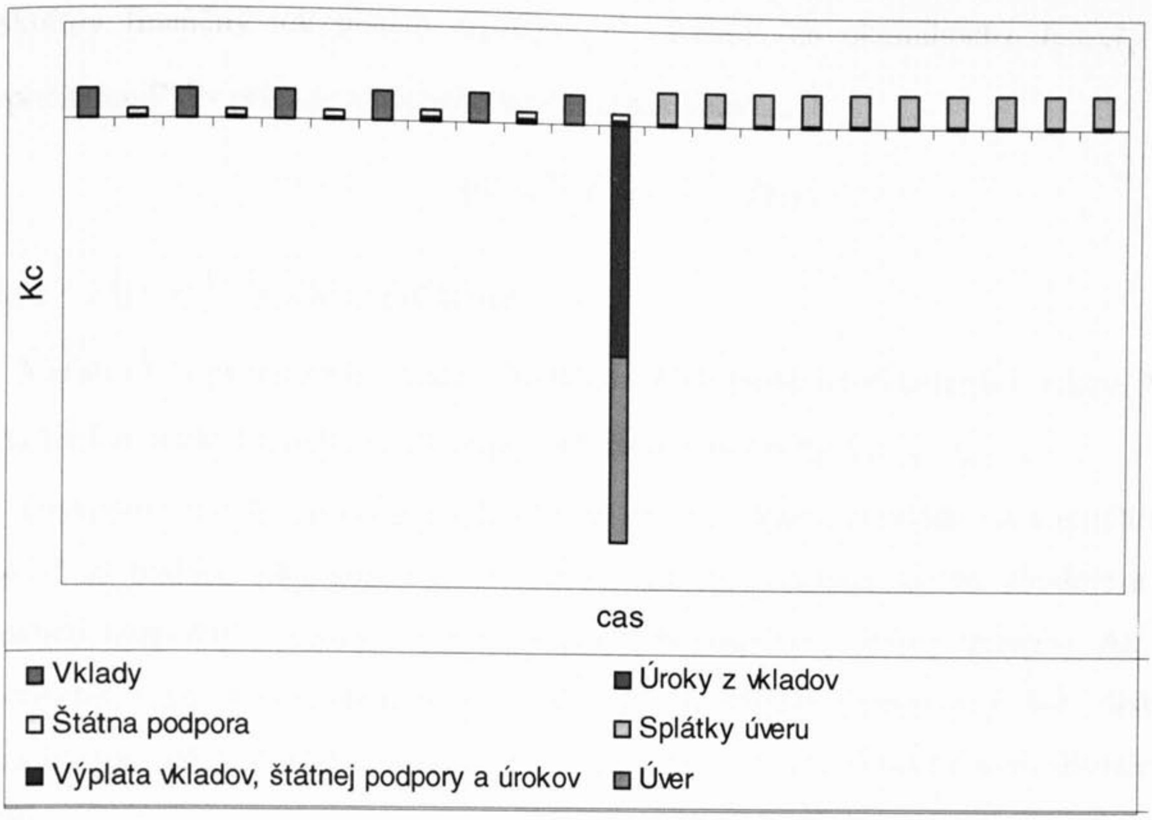
Tab. 3.1: Rozdelenie cash-flow kontraktu stavebného sporenia

Cash-flow kontraktu stavebného sporenia	
Fáza sporenia	vklady
	štátna podpora
	úrok
Fáza výplaty a čerpania úveru	výplata vkladov
	úver
	splátky úveru (vrátane úroku)

Najdôležitejšou časťou prvej podskupiny sú **vklady** klienta. Klient môže vkladať jednorázovo, alebo viackrát v priebehu roka. Keďže vklady klienta sú úročené fixnou úrokovou sadzbou dohodnutou pri uzatvorení zmluvy, je v stavebnom sporení vstavaná úroková opcia pre sporiteľa. Ten môže v prípade, že úrokové sadzby, ktoré ponúkajú bankové inštitúcie sú vyššie než jeho fixná úroková sadzba z vkladov, investovať v banke a jednorázovo vložiť do stavebnej sporiteľne na konci roka, alebo mať peniaze vložené na účte stavebného sporenia v prípade nižších úrokových sadzieb v bankových inštitúciách, a tak maximalizovať svoj zisk.

Druhou časťou peňažných prostriedkov v rámci obdobia sporenia je **štátna podpora**, ktorá podľa súčasného zákona činí 15% z usporenej čiastky v príslušnom kalendárnom roku, maximálne však z čiastky 20 000 Kč.

Sporiteľovi je raz ročne pripísaný **úrok** z doposiaľ nasporenej čiastky a štátnej podpory. Najväčším tokom počas druhej fázy je **výplata vkladov** klienta, ktorý ukončil šesťročný cyklus sporenia. Je tvorená z nasporených vkladov, štátnej podpory a prislúchajúcich úrokov.



Obr. 3.1: Cash-flow kontraktu stavebného sporenia

Ďalej tu patrí **úver**, ktorý klient môže čerpať po ukončení sporiaceho cyklu a splnení všetkých podmienok stanovených v zmluve. Klient, ktorý využíva stavebné sporenie na financovanie bytových potrieb sa tak môže na základe úverových sadzieb v bankách rozhodnúť, či bude čerpať úver zo stavebného sporenia, alebo v prípade nižších sadzieb v banke túto možnosť nevyužije a vezme si napr. hypotekárny úver. Opcia je teoreticky uplatniteľná aj pre sporiteľov, ktorí stavebné sporenie využívajú len na zhodnocovanie svojich úspor. Tí by ju mohli využiť za predpokladu, že sadzba z úveru, ktorú majú garantovanú v zmluve je nižšia ako sadzba, za ktorú môžu financie uložiť inde. Takýto vývoj úrokových sadzieb je však nepravdepodobný a naviac by sa klient dostal do rozporu so zákonom, ktorý vymedzuje použitie úveru na financovanie bytových potrieb.

Ak sporiteľ úver čerpá, tak do cash-flow kontraktu pribudnú naviac **splátky úveru** (a úroku, ktorý je rovnako ako sadzba z vkladov špecifikovaný fixnou úrokovou sadzbou v zmluve).

3.2 Súčasná hodnota cash-flow kontraktu stavebného sporenia

Pre rozhodovanie o výhodnosti či nevýhodnosti dvoch investícií by mala rozhodovať súčasná hodnota všetkých finančných tokov tečúcich z a do jednotlivých investícií. Pre diskrétny finančný tok platieb $C_{t_1}, C_{t_2}, ..., C_{t_n}$ v časových okamihoch $t_1, t_2, ..., t_n$ kladných vypočítame PV v prípade zloženého úročenia nasledovne:

$$PV = \sum_{j=1}^{n} C_{t_j} v^{t_j} \qquad (3.1)$$

kde $v^{t_j} = (1 + r_{t_j})^{-t_j}$ je diskontný faktor.

Vzťah (3.1) predstavuje súčasnú hodnotu **istých** budúcich finančných tokov. Neuvažuje teda žiadne opcie, ktoré by mohli ovplyvniť časové okamihy $t_1, t_2, ..., t_n$.

Diskontná sadzba je určená výnosovou krivkou, ktorá prevláda na kapitálovom trhu. Pokiaľ sú budúce toky absolútne bezpečné, tak sa diskontná sadzba zhoduje s úrokovou sadzbou bezpečných cenných papierov (napr. bezkupónový štátny dlhopis). Ak je rozsah budúceho toku neistý, potom by mal byť očakávaný hotovostný tok diskontovaný očakávanou sadzbou poskytovanou cennými papiermi s rovnakým rizikom (Brealey, Myers, 1992).

Hlavným nedostatkom mnohých porovnaní stavebného sporenia s alternatívnymi formami sporenia a financovania bytových potrieb je, že do svojich úvah nezahŕňajú cenu opcií, ktoré sú v stavebnom sporení implicitne zakomponované.

Uvažujme teraz pre zjednodušenie výpočtov tento model sporiteľne:

- Klienti vkladajú len raz ročne, na konci roka (namiesto úrokových opcií teraz majú úrokové forwardy)
- Štátna podpora a úroky sú pripisované na konci roka
- Všetci sporitelia majú nárok na celú štátnu podporu
- Fáza sporenia trvá 6 rokov a úver je splácaný po dobu 9 rokov

Súčasnú hodnotu budeme vyjadrovať najskôr z pohľadu **stavebnej sporiteľne**, ktorý je iný ako pohľad klienta. Je dôležité si uvedomiť, že hoci stavebná sporiteľňa raz ročne pripisuje klientovi úroky, nie je to štandardný finančný tok, pretože tieto peniaze zo sporiteľne „neodídu", keďže klient s nimi nemôže nakladať až do ukončenia zmluvy, resp. čerpania úveru zo stavebného sporenia.

PV_1 tokov počas fázy sporenia je teda daná vzťahom (3.2):

$$PV_1 = \sum_{l=1}^{6} (K + s) v_{0,l}^{l} \qquad (3.2)$$

kde: K ....ročný vklad klienta

s ....ročná štátna podpora

r_v ....úroková sadzba vkladov

$r_{0,l}$ ....aktuálna (spotová) l ročná úroková miera

$v_{0,l}$ ....diskontný faktor prislúchajúci úrokovej miere $r_{0,l}$

Nech PV_2 označuje výber vkladov. Potom pri zavedenom značení platí:

$$PV_2 = -\sum_{i=0}^{5}(K+s)(1+r_V)^i v_{0,6}^6 \qquad (3.3)$$

Na záver označme PV_3 toky počas fázy výplaty a čerpania úveru. Súčasná hodnota týchto tokov je daná vzťahom:

$$PV_3 = -Uv_{0,6}^6 + \sum_{j=7}^{15} mv_{0,j}^j \qquad (3.4)$$

kde: U ....úver (doplnok výsledku fázy sporenia do cieľovej čiastky)

m ....ročná polehotná splátka úveru

r_u ....úroková sadzba úveru

$r_{0,j}$ .... aktuálna (spotová) j ročná úroková miera

$v_{0,j}$ ....diskontný faktor prislúchajúci úrokovej miere $r_{0,j}$

Ako bolo spomenuté, súčasná hodnota cash-flow kontraktu z pohľadu stavebnej sporiteľne je iná ako z pohľadu klienta. Rozdiel je daný tým, že pokiaľ pre sporiteľňu je štátna podpora finančný tok každý rok, pre sporiteľa je podobne ako úroky finančným tokom až v momente ukončenia zmluvy, resp. čerpania úveru, a teda platí:

$$PV_1^K = -\sum_{l=1}^{6} Kv_{0,l}^l \qquad (3.5)$$

$$PV_2^K = -PV_2 \qquad (3.6)$$

$$PV_3^K = -PV_3 \qquad (3.7)$$

Vzhľadom na aditivitu môžeme celkovú súčasnú hodnotu cash-flow kontraktu vyjadriť v tvare súčtu z pohľadu sporiteľne: $PV = PV_1 + PV_2 + PV_3$ (3.8)

alebo z pohľadu sporiteľa: $PV^K = PV_1^K + PV_2^K + PV_3^K$ (3.9)

Takto vyjadrená súčasná hodnota finančných tokov stavebného sporenia vychádzala z predpokladu, že klienti vkladajú iba na konci roka. Toto zjednodušenie teda zanedbalo opcie reálneho stavebného sporenia. Pokiaľ predchádzajúci model rozšírime o možnosť vkladať okrem konca roka aj na jeho začiatku, stane sa model podstatne reálnejší, hoci v skutočnosti môže klient vkladať ľubovoľne aj počas roka. V našom prípade má teda sporiteľ európsku opciu, kým realita zodpovedá americkej opcii.

Napriek tomu, že účastníci stavebného sporenia majú v zmluve „bonusy“ v podobe opcií a garancií, ako sme spomenuli v 1. kapitole, musíme uviesť, že situácia je iná ako v profesionálnom finančnom svete. V tomto svete by totiž problematiky znalý partner využil opciu ihneď v momente, keď je to pre neho výhodné. Bežný klient sa však zvyčajne nerozhoduje tak ako profesionál. Zväčša nemá dostatok informácií na to, aby takto mohol reagovať, prípadne nemusí o svojich výhodách ani vedieť. Zároveň si treba uvedomiť, že stavebné sporenie využívajú často nízko príjmové skupiny občanov, ktorí nedisponujú dostatočnou finančnou hotovosťou kedykoľvek v priebehu roka. Stavebné sporenie tak často krát zostáva bez využitia opcií, a preto ho možno zrovnať s klasickým termínovaným vkladom v banke. Pre stavebnú sporiteľňu je o to ťažšie riadiť riziko, keďže sa nemôže spoliehať na to, že klienti nebudú opcie používať, no zároveň je zrejmé, že nikdy nenastane situácia podobná finančným trhom, keď si budú opcie uplatňovať všetci klienti. Okrem vývoja úrokových sadzieb by teda mala sporiteľňa odhadovať aj vývoj klientskeho správania.

Predpokladajme teraz, že sporiteľ sa správa racionálne, teda ukladá svoje financie tak, aby maximalizoval svoj výnos. Preto využije možnosť vložiť na účet staveného sporenia hneď na začiatku roka v prípade, že ročná úroková sadzba, ktorou môže financie zhodnotiť v banke (napr. termínovaným vkladom, ktorý budeme pre ďalšie úvahy používať ako alternatívu k vkladu na účet stavebného sporenia), je nižšia, ako je jeho vkladová úroková miera. V opačnom prípade nechá svoje úspory v banke celý rok a posledný deň roku vloží na účet stavebného sporenia príslušnú sumu, aby splnil podmienku na získanie štátnej podpory.

Nech p je pravdepodobnosť, že 1 ročná úroková sadzba r z terminovaného vkladu je väčšia ako klientská sadzba. Všeobecne môžeme vyjadriť súčasnú hodnotu vkladu K nasledovne:

$$PV = pK + (1-p)\frac{K}{1+r} \qquad (3.10)$$

Označme $p_j = P(r_V > r_{T_j})$ pravdepodobnosť prislúchajúcu roku j, získanú na základe modelovania pomocou trinomických stromov v modeli Hull-White, kde r_V je vkladová sadzba stavebného sporenia a r_{T_j} je ročná úroková sadzba termínovaného vkladu.

Pri zavedenom značení odvodíme pre súčasnú hodnotu (z pohľadu sporiteľne) sporiacej časti kontraktu o stavebnom sporení nasledovne:

PV tokov v 1. roku sporenia:

$${}_1PV = p_1K + (1-p_1)Kv_{0,1} + sv_{0,1} \qquad (3.11)$$

PV tokov v z 2. roku sporenia:

$$ {}_2PV = p_2Kv_{0,1} + (1-p_2)Kv_{0,2}^2 + sv_{0,2}^2 \quad (3.12) $$

PV tokov v z j-teho roku sporenia pre $j = 1,\ldots 6$:

$$ {}_jPV = p_jKv_{0,j-1}^{j-1} + (1-p_j)Kv_{0,j}^j + sv_{0,j}^j \quad (3.13) $$

Celkovo potom PV_1 sporiacej časti stavebného sporenia môžeme vyjadriť v tvare:

$$ PV_1 = \sum_{i=1}^{6} {}_iPV \quad (3.14) $$

Súčasná hodnota PV_2 výberu bude závisieť na kombinácii vkladov, akú sporiteľ použije, vzhľadom na to, že od kombinácie bude závisieť aj celková nasporená suma počas sporenia.

Nech ďalej p_U značí pravdepodobnosť, s ktorou klient bude čerpať úver. Táto pravdepodobnosť je daná rôznymi faktormi. Účastník sporenia môže využívať stavebné sporenie len na zhodnocovanie financií, a teda úver čerpať nebude. Aj klient, ktorý potrebuje stavebný úver sa môže rozhodovať na základe momentálnych podmienok, za ktorých môže čerpať úver z iných zdrojov ako stavebného sporenia, keďže má túto možnosť na základe vtelenej opcie. Obecne však možno pokladať podiel klientov, ktorí úver čerpajú za stabilný.

Nech PV_3 označuje toky počas fázy čerpania úveru. Potom platí (3.15).

$$ PV_3 = -p_U\left(Uv_{0,6}^6 - \sum_{j=7}^{15} mv_{0,j}^j\right) \quad (3.15) $$

kde: U ... úver (doplnok výsledku fázy sporenia do cieľovej čiastky)

m ... ročná polehotná splátka úveru

r_U ... úroková sadzba úveru

$r_{0,j}$ ... aktuálna (spotová) j ročná úroková miera

$v_{0,j}$ ... diskontný faktor prislúchajúci úrokovej miere $r_{0,j}$

Keďže platí $PV = PV_1 + PV_2 + PV_3$, získali sme vyjadrenie súčasnej hodnoty jedného kontraktu stavebného sporenia.

3.3 Porovnanie taríf ČMSS

Na tarify poskytované stavebnými sporiteľňami je možné sa z pohľadu **klienta** pozerať cez súčasnú hodnotu financií, ktoré do stavebného sporenia investuje. Ako sme už spomenuli, klientovi sú pripisované úroky z vkladov a štátna podpora raz ročne, no nemôže si ich vybrať až do ukončenia zmluvy, teda buď do vypovedania zmluvy, alebo do momentu čerpania úveru. Z tohto pohľadu sa potom počíta aj súčasná hodnota. Naopak, pri splácaní úveru platí zákazník pravidelne na konci roka rovnaké splátky a naviac aj úrok, ktorý prislúcha momentálnej výške jeho úveru.

Porovnávali sme dve tarify ČMSS, *Invest a Atraktiv*. Tabuľka 3.2 ukazuje základné rozdiely medzi tarifami.

Tabuľka 3.2: Základné rozdiely medzi tarifami ponúkanými ČMSS

Tarifa	***INVEST***	***ATRAKTIV***
Úroková sadzba vkladu	2 % p.a.	1 % p.a.
Úroková sadzba úveru	4.8 % p.a.	3.7 % p.a.
Minimálna výška nasporenej sumy	40 % cieľovej čiastky	38 % cieľovej čiastky

Súčasnú hodnotu sme počítali pre rôzne spôsoby sporenia. Jednalo sa o jednorazové ukladanie ročného vkladu na začiatku, alebo na konci roka. Pre obidva typy sporenia sme skúmali varianty, keď klient iba sporil, alebo keď si po skončení časti sporenia nasledovne aj bral úver. Posledným skúmaným variantom bolo tzv. rýchle sporenie, ktoré je určené najmä tým klientom, ktorí chcú čerpať úver v najkratšej možnej dobe určenej zákonom, teda po 2 rokoch. Je nutné upozorniť na to, že v tomto prípade je treba splniť okrem minimálnej nasporenej čiastky aj výšku hodnotiaceho čísla. Táto podmienka je splnená v prípade, že klient pri začiatku stavebného sporenia jednorázovo vloží 40% cieľovej čiastky v prípade tarifu *Invest* a 38% cieľovej čiastky v prípade tarifu *Atraktiv*. Pri výpočtoch sme neuvažovali s poplatkami stavebnej sporiteľni.

Tabuľka 3.3: Súčasná hodnota finančných tokov s tarifami Invest a Atraktiv [v Kč]

INVEST	**Vklad na začiatku roka**	**Vklad na konci roka**
S úverom	6,032	7,697
Bez úveru	8,189	9,890
ATRAKTIV	**Vklad na začiatku roka**	**Vklad na konci roka**
S úverom	7,734	10,512
Bez úveru	4,068	6,818

Výšku cieľovej čiastky sme z dôvodu porovnateľnosti volili 300.000 Kč a výšku ročného vkladu na 20.000 Kč, tak aby bola vždy dosiahnutá maximálna výška štátnej podpory. Tá bola pripisovaná vždy 1. marca nasledujúceho roku. Tabuľka 3.3 zhŕňa výsledky týchto pozorovaní. Ako je vidieť, vzhľadom na kladné hodnoty (z pohľadu sporiteľa) obecne platí, že pri štandardnej dĺžke sporenia, teda 6 rokoch, sa oplatí vkladať až na konci roka. Podobne sa dá povedať, že tarifa *Invest* je určená hlavne tým klientom, ktorí používajú stavebné sporenie iba ako formu zhodnocovania financií, kým tarifa *Atraktiv* zaujme asi hlavne tých zákazníkov, ktorí uvažujú o úvere zo stavebného sporenia. Tento fakt je daný hlavne nižšou sadzbou z úveru, ktorá kompenzuje nižšie výnosy z vkladov.

Zaujímavý pohľad je aj na už spomenuté rýchle sporenie, pri ktorom klienti už po dvoch rokoch čerpajú úver. Ako ukazuje tabuľka 3.4, súčasná hodnota takto investovaných financií je kladná (malá) iba pri tarife Atraktiv, pri tarife Invest je záporná.

Tabuľka 3.4: Súčasná hodnota finančných tokov pri rýchlom sporení pre tarify Invest a Atraktiv [v Kč]

Tarifa	***INVEST***	***ATRAKTIV***
Rýchle sporenie	-4,540	611

Tento fakt je daný najmä tým, že klienti čerpajú úver už po dvoch rokoch, a teda štátna podpora je im pripísaná iba dvakrát, pričom doba splácania úveru bola braná 9 rokov s príslušnou úrokovou sadzbou z úveru. Zápornú, resp. malú kladnú súčasnú hodnotu je možno brať ako cenu za možnosť čerpania úveru v krátkom časovom horizonte. Je zrejmé, že pri rýchlom sporení je tarifa Invest nevýhodná, čo je dané vyššou úverovou sadzbou.

Kapitola 4

Modely riadenia úrokového rizika aplikované na stavebné sporiteľne v ČR

4.1 Model BPV

BPV (*basis point value*) je zmena súčasnej hodnoty budúcich finančných tokov pri posune výnosovej krivky o 1 bázický bod (0.01%).

Metóda riadenia úrokového rizika pomocou BPV je založená na tom, že pozorujeme zmenu súčasnej hodnoty všetkých finančných tokov v portfóliu, v ktorom riadime úrokové riziko. Ak je $BPV = 0$, portfólio nie je vystavené žiadnemu riziku vyplývajúcemu z **paralelného** posunu výnosovej krivky.

Na jednoduchom príklade vysvetlíme princíp hedgingu pomocou forwardov a metódy BPV, ktorý nasledovne budeme aplikovať na stavebné sporenie. Základom tejto metódy je, že v prítomnosti zaisťujeme budúce finančné toky, a teda v podstate robíme budúce transakcie. Za zmienku stojí, že používanie finančných derivátov nebolo v ČR v stavebných sporiteľniach donedávna možné, keďže túto možnosť zákon nepovoľoval.

Nech klient v banke vloží na konci prvého roku 1 jednotku, ktorá bude úročená fixnou sadzbou r po dobu jedného roku. Na konci 2. roku si zhodnotený vklad vyberie. Súčasná hodnota takejto investície z hľadiska banky je daná takto:

$$PV_v = \frac{1}{(1+r_{0,1})} - \frac{1+r}{(1+r_{0,2})^2} \qquad (4.1)$$

kde $r_{0,1}$ je jednoročná a $r_{0,2}$ je dvojročná úroková miera štátneho bezkupónového dlhopisu v čase 0.

Pri pohybe úrokových sadzieb o 1bp sa výpočet zmení takto:

$$PV_v^{\Delta} = \frac{1}{(1+r_{0,1}+0.01\%)} - \frac{1+r}{(1+r_{0,2}+0.01\%)^2} \qquad (4.2)$$

a teda $$BPV_v = PV_v^{\Delta} - PV_v \qquad (4.3)$$

Banka, ktorá v čase 0 vie, že príjme vklad v roku 1 a v roku 2 ho vyplatí aj s úrokom klientovi a bude sa chcieť zabezpečiť proti zmene úrokových sadzieb, tak môže urobiť kúpou forwardu. Otázna je len jeho veľkosť. Tá by mala byť taká, aby eliminovala dopad zmeny na súčasnú hodnotu klientovho vkladu, teda inými slovami, aby bolo BPV po pridaní forwardu rovné 0.

Na tento výpočet potrebujeme vedieť jednoročnú úrokovú sadzbu, ktorá bude platiť od roku 1 do roku 2. Tú v čase 0 môžeme nahradiť forwardovou sadzbou f, ktorá je riešením rovnice (4.4):

$$(1 + r_{0,1})(1 + f) = (1 + r_{0,2})^2 \qquad (4.4)$$

teda

$$f = \frac{(1 + r_{0,2})^2}{(1 + r_{0,1})} - 1 \qquad (4.5)$$

K určeniu veľkosti forwardu potrebujeme vedieť jeho BPV.

$$PV_f = \frac{F}{(1 + r_{0,1})} - \frac{F(1 + f)}{(1 + r_{0,2})^2} \qquad (4.6)$$

Po dosadení za f je zrejmé, že $PV_f = 0$, čiže hodnota forwardu je v čase 0 nulová.

Pri pohybe úrokových sadzieb o 1bp sa výpočet zmení takto:

$$PV_f^{\Delta} = \frac{F}{(1 + r_{0,1} + 0.01\%)} - \frac{F(1 + f)}{(1 + r_{0,2} + 0.01\%)^2} \qquad (4.7)$$

$$BPV_f = PV_f^{\Delta} - PV_f = PV_f^{\Delta} \qquad (4.8)$$

K určeniu parametra F použijeme rovnicu (4.9): $\qquad BPV_v - BPV_f = 0 \qquad (4.9)$

Pokiaľ teda banka kúpi forward veľkosti F, je v našom prípade zaistená proti paralelnému posunu výnosovej krivky.

Aplikácia na kontrakt stavebného sporenia

Predchádzajúci príklad možno použiť pre hedging v stavebnej sporiteľni. Uvažujme najskôr o fáze sporenia. Nech klient vkladá iba raz za rok, vždy v posledný deň v roku. V tento deň sú mu pripísané aj úroky a štátna podpora (v skutočnosti je podpora pripisovaná neskôr, posledný deň roka je deň ku ktorému sa nárok na štátnu podporu posudzuje). Úroky však klient nemôže vybrať, tie dostane až pri výbere cieľovej čiastky, alebo pri vypovedaní zmluvy po 6 rokoch. Cash-flow tohto kontraktu si preto možno predstaviť tak, že klient 6 krát vloží ročný vklad (do ktorého započítame aj štátnu podporu) a raz vyberie celú zhodnotenú sumu vkladov.

Sporenie teda možno rozobrať na jednotlivé roky tak, aby sme dostali už spomenutý príklad. Budeme hedgovať jednotlivé ročné vklady a pre každý rok určíme príslušnú výšku forwardu. Pre každý rok $j = 1...5$ ju určíme pomocou súčasných hodnôt z vzťahov (4.10):

$$PV_v^j = \frac{H}{(1+r_{0,j})^j} - \frac{H(1+r_v)^{6-j}}{(1+r_{0,6})^6}$$

$$PV_v^{j\Delta} = \frac{H}{(1+r_{0,j}+0.01\%)^j} - \frac{H(1+r_v)^{6-j}}{(1+r_{0,6}+0.01\%)^6} \tag{4.10}$$

kde H je rovné vkladu a štátnej podpore pre daný rok, r_v je úroková sadzba vkladov pre daný kontrakt a $r_{0,j}$ je j-ročná úroková miera štátneho bezkupónového dlhopisu v čase 0.

$$BPV_v^j = PV_v^{j\Delta} - PV_v^j, \quad j = 1...5 \tag{4.11}$$

Pre každý rok kúpime forward a jeho výšku F_j určíme obdobným spôsobom ako tomu bolo v úvodnom príklade. Platí teda vzťah (4.12)

$$PV_f^j = \frac{F_j}{(1+r_{0,j})^j} - \frac{F_j(1+f_{j,6-j})^{6-j}}{(1+r_{0,6})^6} = 0$$

$$PV_f^{j\Delta} = \frac{F_j}{(1+r_{0,j}+0.01\%)^j} - \frac{F_j(1+f_{j,6-j})^{6-j}}{(1+r_{0,6}+0.01\%)^6} \tag{4.12}$$

kde $f_{j,6-j}$ je označenie forwardovej úrokovej sadzby platnej od roku j po dobu 6-j rokov.

Všeobecná rovnica pre výpočet forwardovej sadzby podľa Jílka (2005) je pri zavedenom značení

$$(1+r_{0,i})^i(1+f_{i,j})^j = (1+r_{0,i+j})^{i+j} \tag{4.13}$$

A teda

$$BPV_f^j = PV_f^{j\Delta} - PV_f^j \tag{4.14}$$

F_j je potom riešením rovnice $BPV_v^j - BPV_f^j = 0$ pre $j = 1...5$. Pre 6. rok nie je nutné robiť hedging, keďže vklad pre tento rok je v posledný deň a v našom zjednodušenom prípade si hneď ďalší deň klient financie vyberie.

Nakúpením takýchto forwardov sme dosiahli, že aj celkové $BPV = 0$, pretože je súčtom ročných BPV.

Umorovanie dlhu

K aplikácii hedgingu na úverovú časť stavebného sporenia potrebujeme najskôr vedieť vypočítať splátku prislúchajúcu jednotlivému úveru.

Zaveďme nasledujúce značenie:

A^0.........*počiatočný stav dlhu*

A^t.........*stav dlhu v čase t*

R_t.........*splátka v čase t*

i_t.........*úroková miera pre časový interval* $(t-1,t]$

Tab. 4.1: Priebeh umorovania dlhu

Obdobie	Splátka	Úrok	Úmor	Stav dlhu
0				A^0
1	R_1	$A^0.i_1$	$u_1=R_1-A^0.i_1$	$A^1=A^0-u_1=A^0.(1+i_1)-R_1$
2	R_2	$A^1.i_2$	$u_2=R_2-A^1.i_2$	$A^2=A^1-u_2=A^1.(1+i_2)-R_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	R_n	$A^{n-1}.i_n$	$u_n=R_n-A^{n-1}.i_n$	$A^n=0$

Uvažujme, že dlh je splácaný *n* polehotnými splátkami. Každá splátka sa skladá z dvoch častí. Prvou je úrok za daný časový interval z aktuálnej výšky dlhu. Druhá časť, úmor, znižuje výšku dlhu. Na počiatku splácania prevláda v splátke úroková časť na úkor úmoru; s rastúcim časom úroková časť klesá a úmor rastie. Tabuľka 4.1 zobrazuje splátky v jednotlivých obdobiach spolu s aktuálnou výškou dlhu.

Stav dlhu v čase $t \leq n$ je daný vzťahom (4.15):

$$\begin{aligned} A^t &= A^{t-1}(1+i_t) - R_t = \left[A^{t-2}(1+i_{t-1}) - R_{t-1}\right](1+i_t) - R_t = \ldots = \\ &= A^0 \prod_{j=1}^{t}(1+i_j) - \sum_{k=1}^{t-1} R_k \prod_{j=k+1}^{t}(1+i_j) - R_t \end{aligned} \tag{4.15}$$

V prípade stavebnej sporiteľne je úroková sadzba pre každé obdobie konštantná (označme *i*), rovnako ako výška každej splátky(označme *R*).

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 = \ldots = i_n = i \\ R_1 &= R_2 = \ldots = R_n = R \end{aligned} \tag{4.16}$$

Po dosadení sa predchádzajúci vzťah zjednoduší nasledovne:

$$\begin{aligned} A^t &= A^{t-1}(1+i) - R = \left[A^{t-2}(1+i) - R\right](1+i) - R = \ldots = \\ &= A^0(1+i)^t - \sum_{k=1}^{t-1} R(1+i)^k - R \end{aligned} \tag{4.17}$$

Splátku *R* dostaneme z predchádzajúceho vzťahu pri využití predpokladu, že $A^n=0$.

$$R = \frac{A^0(1+i)^t}{1+\sum_{k=1}^{t-1}(1+i)^k} \qquad (4.18)$$

Výška splátky je teda závislá na výške úveru, dĺžke splácania úveru a na úrokovej sadzbe z úveru, ktorá danej zmluve prináleží.

Úverová časť

Keďže už vieme každému úveru určiť výšku ročnej splátky, môžeme rozšíriť model BPV aj o úverovú časť. Je dobré si uvedomiť, aké toky sú spojené s touto časťou stavebného sporenia. Po 6. roku si klient vezme svoje nasporené financie a naviac úver, ktorý je približne v rovnakej výške ako zhodnotené úspory. Potom po dobu 9 rokov platí na konci roku splátku M. Jej výška je daná úrokovou sadzbou r_U. Zaistenie týchto splátok robíme podobne, ako tomu bolo v prípade vkladov. Tento krát však budeme predávať forwardy.

Keďže cash-flow splácania úveru je tvorené deviatimi rovnako veľkými splátkami, musíme na to, aby sme mohli aplikovať príklad zo začiatku tejto kapitoly, rozdeliť úver, ktorý klient čerpá na 9 rôzne veľkých častí. Každá z nich je daná vzťahom (4.19)

$$\frac{M}{(1+r_U)^j}, \quad j = 1...9 \qquad (4.19)$$

a veľkosť úveru teda možno vyjadriť v tvare (4.20): $\quad U = \sum_{j=1}^{9} \frac{M}{(1+r_U)^j} \qquad (4.20)$

Na základe týchto predpokladov môžeme aplikovať hedging vo forme, ktorá je už známa zo sporiacej časti.

$$PV_M^{6+j} = -\frac{\frac{M}{(1+r_U)^j}}{\left(1+r_{0,6}\right)^6} + \frac{M}{\left(1+r_{0,6+j}\right)^{6+j}}$$

$$PV_M^{6+j\Delta} = -\frac{\frac{M}{(1+r_U)^j}}{\left(1+r_{0,6}+0.01\%\right)^6} + \frac{M}{\left(1+r_{0,6+j}+0.01\%\right)^{6+j}} \qquad (4.21)$$

$$BPV_M^{6+j} = PV_M^{6+j\Delta} - PV_M^{6+j}$$

Uvedené vzťahy (4.21) platia pre $j = 1...9$

Aby sme určili správnu výšku forwardov F_{6+j} pre jednotlivé roky, použijeme podobne ako v prípade sporenia nasledujúce vzťahy:

$$PV_{fM}^{6+j} = -\frac{\dfrac{F_{6+j}}{(1+f_{6,j})^j}}{(1+r_{0,6})^6} + \frac{F_{6+j}}{(1+r_{0,6+j})^{6+j}}$$

$$PV_{fM}^{6+j\Delta} = -\frac{\dfrac{F_{6+j}}{(1+f_{6,j})^j}}{(1+r_{0,6}+0.01\%)^6} + \frac{F_{6+j}}{(1+r_{0,6+j}+0.01\%)^{6+j}} \qquad (4.22)$$

$$BPV_{fM}^{6+j} = PV_{fM}^{6+j\Delta} - PV_{fM}^{6+j} \qquad j=1,..,9$$

kde F_{6+j} sú riešením rovníc (4.23): $BPV_{M}^{6+j} - BPV_{fM}^{6+j} = 0 \quad j = 1...9$ (4.23)

Keďže predajom takýchto forwardov je BPV nulové pre každý rok, je nulové celkovo, pretože celkové BPV sa dá napísať ako súčet ročných BPV.

Použitie modelu v praxi

Predstavme si, že stavebná sporiteľňa sa chce zaistiť voči úrokovému riziku vyplývajúcemu z práve uzatvorenej zmluvy o stavebnom sporení pomocou uvedeného modelu BPV. Zmluva je uzatvorená na cieľovú čiastku 300.000 Kč. Klient bude vkladať ročne polehotne 20.000 Kč tak, aby dosiahol každý rok maximálnu štátnu podporu.

Stavebná sporiteľňa sa zaviazala klientovi úročiť vklady úrokovou sadzbou $r_V = 2\%$ p.a. a poskytnúť mu úver pri úročení $r_U = 4.8\%$ p.a.

Výnosová krivka, ktorú používame pri výpočte je swapová krivka platná v roku 2005, získaná zo serveru Reuters (viď tab. 4.2). K dispozícii boli 1-10 ročné swapové sadzby a 15 ročná swapová sadzba. Údaje pre roky 11-14 sme získali interpoláciou.

Tabuľka 4.2: Swapová krivka z roku 2005

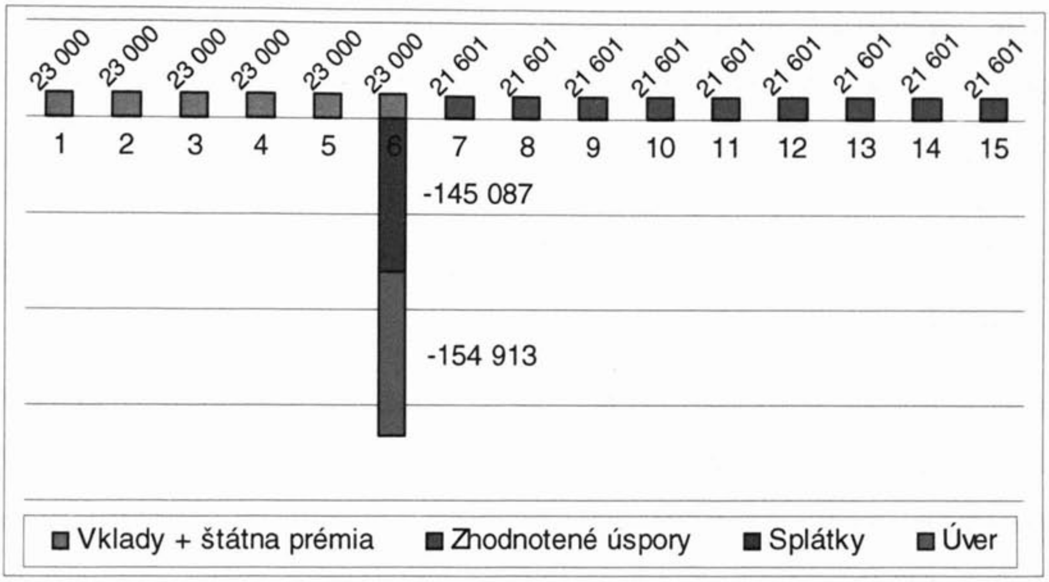
1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	8Y
1.97%	2.19%	2.41%	2.61%	2.78%	2.93%	3.07%	3.18%
9Y	10Y	11Y	12Y	13Y	14Y	15Y	
3.28%	3.36%	3.42%	3.47%	3.53%	3.58%	3.64%	

Tabuľka 4.3: Forwardové sadzby

$f_{1,5}$	$f_{2,4}$	$f_{3,3}$	$f_{4,2}$	$f_{5,1}$	$f_{6,1}$	$f_{6,2}$
3.12%	3.30%	3.45%	3.58%	3.68%	3.88%	3.93%
$f_{6,3}$	$f_{6,4}$	$f_{6,5}$	$f_{6,6}$	$f_{6,7}$	$f_{6,8}$	$f_{6,9}$
3.97%	4.01%	4.00%	4.02%	4.04%	4.08%	4.12%

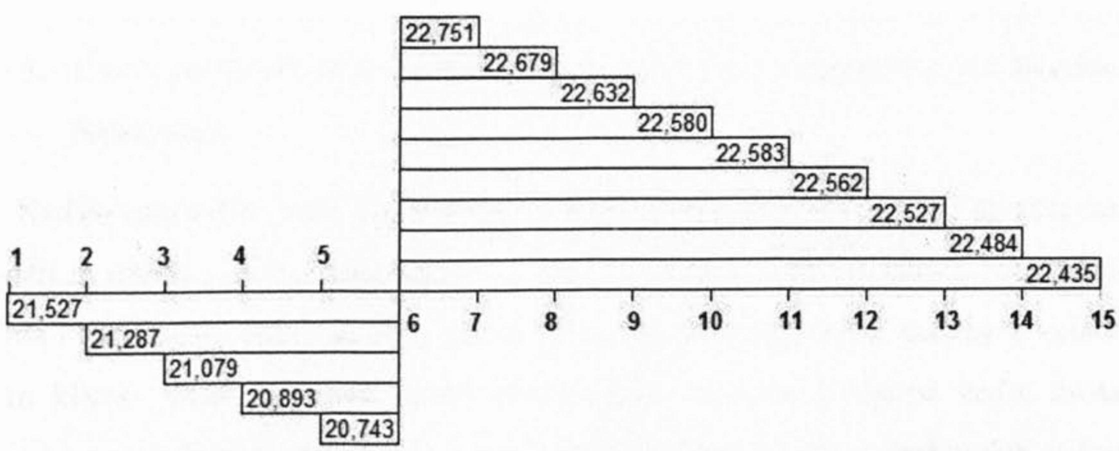
Riešením rovnice (4.13) po dosadení výnosovej krivky dostaneme všetky potrebné forwardové úrokové miery uvedené v tabuľke 4.3.

Po šiestich rokoch si sporiteľ odnesie zo stavebnej sporiteľne zhodnotené úspory vo výške 145.087 Kč. Zvyšok do cieľovej sumy 300.000 Kč tvorí úver vo výške 154.913 Kč. Pokiaľ predpokladáme, že klient bude splácať úver po dobu 9 rokov, tak ročná splátka bude stanovená na 21.601 Kč (viď obrázok 4.1).



Obr. 4.1: Vklady, úver a splátky kontraktu s cieľovou sumou 300.000 Kč [v Kč]

Z uvedených údajov môžeme vypočítať objemy, na ktoré sa forwardy kupujú, resp. predávajú, aby z daného kontraktu neplynulo riziko z posunu výnosovej krivky. Tento objem je znázornený na obrázku 4.2. Obdĺžnik zachytáva dĺžku obdobia, na ktoré sa príslušný forward kúpi, či predá, číslo v ňom potom predstavuje čiastku, na ktorú je forward zjednaný.



Obr. 4.2: Objem kúpených a predaných forwardov [v Kč]

Aby bolo riadenie úrokového rizika metódou BPV účinné, bolo by vhodné hedgovať každý kontrakt už v momente jeho uzatvorenia. V praxi je takýto prístup pochopiteľne len ťažko realizovateľný. Naviac by bolo nutné vedieť vopred presné termíny, kedy klient svoje prostriedky vkladá. Vzhľadom na opcie stavebného sporenia však tieto údaje nie sú k dispozícii, keďže sporiteľ môže ukladať ľubovoľne počas roka. Problémom je súčasne aj skutočnosť, že nie všetci klienti si berú úver zo stavebného sporenia. Riešením by mohla byť štatistika ľudí čerpajúcich úver, prípadne nejaký iný odhad. Iným východiskom by mohla byť snaha sporiteľne nejakým spôsobom motivovať svojich zákazníkov, aby hneď pri uzatvorení stavebného sporenia definovali, či budú úver čerpať, alebo nie (výhodnejšia tarifa).

4.2 Model NII

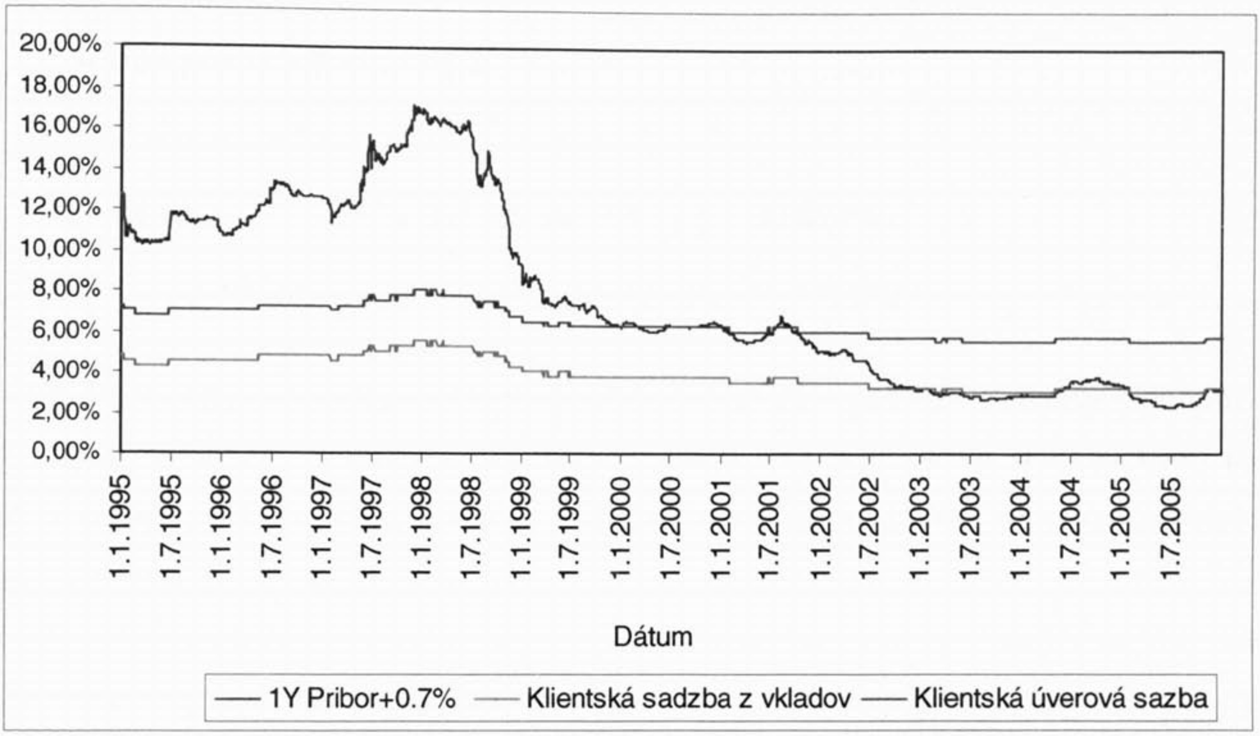
V tejto kapitole si predstavíme model, ktorý riadi úrokové riziko pomocou dopadu zmeny úrokových sadzieb na čistý úrokový výnos stavebnej sporiteľne – NII. Ako už bolo spomenuté v kapitole 2 (viď vzťah (2.2)), čistý úrokový výnos predstavuje rozdiel úrokových výnosov aktív a úrokových nákladov pasív. Cieľom každej spoločnosti je maximalizovať NII. Pokiaľ však chceme riadiť úrokové riziko, mali by sme brať na zreteľ hlavne stabilitu NII.

Stavebná sporiteľňa je zvyčajne konfrontovaná s jednou z troch nasledujúcich situácii:

1. Stavebné sporenie je obľúbené a počet klientov dlhodobo narastá. V tomto prípade má sporiteľňa prebytok voľných financií (momentálna situácia v ČR).
2. Stavebné sporenie nie je populárne, prípadne záujem oň klesá a sporiteľňa je odkázaná na požičiavanie si financií, aby bola schopná pokryť úvery, ktoré sa zaviazala poskytnúť svojim klientom v minulosti (kritická situácia pre sporiteľňu).
3. Úvery zo stavebného sporenia sú dlhodobo kryté vkladmi nových klientov (situácia v Nemecku).

Keďže sporiteľňa musí v prvom aj druhom prípade uskutočňovať operácie na finančných trhoch za trhové sadzby, znamená to, že pre ňu existuje riziko poklesu, resp. nárastu sadzieb, a teda nepriaznivý vplyv na NII, keďže klientom garantuje fixné sadzby z vkladov i úverov. Kým klienti majú zaručenú výšku zhodnotenia vkladov a vopred vedia úrokovú sadzbu z úveru, sporiteľňa sa môže len usilovať odhadnúť budúci vývoj úrokových sadzieb.

Na prvý pohľad by sa mohlo zdať, že v treťom prípade sa nemusí sporiteľňa báť pohybu trhových úrokových sadzieb. Je však treba poznamenať, že klientské sadzby z úverov i z vkladov neodpovedajú trhovým sadzbám (viď obr. 4.3). Aj v prípade, že sporiteľňa nebude uskutočňovať žiadne operácie na trhu, môže byť vystavená úrokovému riziku, a to vtedy, keď bude meniť klientské sadzby.



Obrázok 4.3: Závislosť klientských sadzieb na 1-ročnom PRIBORE použitá v modeli NII.

Konštrukcia modelu

Dĺžka modelu nech je nastavená na n rokov. Budeme predpokladať zjednodušenie v tom, že klienti vkladajú iba jeden krát ročne, a to posledný deň v roku, kedy sú im aj pripísané úroky za daný rok. Pre jednoduchosť ďalej uvažujeme, že štátna podpora je pripísaná na klientské účty v prvý deň nasledujúceho roku a majú na ňu nárok všetci klienti v plnej výške. V tento deň sú rovnako vyberané vklady, a zároveň sú čerpané úvery sporiteľmi, ktorí na ne majú nárok a majú záujem ich čerpať. Predpokladajme, že doba sporenia je štandardne 6 rokov a doba splácania úveru je 9 rokov.

V nasledujúcom texte budeme používať toto značenie:

V_j......ročný vklad klientov, ktorí začali sporiť v roku j

s_j......výška štátnej podpory platná v roku j (v %)

r_{V_j}......priemerná úroková sadzba z vkladov pre sporiteľov začínajúcich v roku j

r_{U_j}......priemerná úroková sadzba z možného úveru pre sporiteľov začínajúcich v roku j

D_j^i......objem zhodnotených finančných prostriedkov (spolu so štátnou podporou) sporiteľov v *i-tom* roku sporenia, ktorí začali sporiť v roku *j*

A_j^i.......stav dlhu klientov, ktorí začali sporiť v roku *j* a splácajú úver už *i* rokov

c_j.......percento sporiteľov sporiacich od roku *j*, ktorí si vezmú úver

L_j......splátka prislúchajúca úveru U_j

X_k......voľné prostriedky sporiteľne v roku *k*

I_k........úrokové výnosy sporiteľne spojené so stavebnými úvermi

C_k.......úrokové náklady sporiteľne spojené s klientskými vkladmi

Uvažujme teraz situáciu, ktorá je aktuálna v Českej republike. Stavebné sporenie je výhodným spôsobom zhodnocovania financií, preto láka dosť veľkú skupinu ľudí, ktorí nečerpajú úver, ale len sporia. Výsledkom je, že sporiteľne majú prebytok voľných financií, ktoré umiestňujú na trhu.

Aby sme mohli správne riadiť riziko z posunu výnosovej krivky, musíme najskôr zistiť veľkosť financií, ktoré sú tomuto riziku vystavené. Preto odvodíme nasledujúce vzťahy pre „rozbehnutú" stavebnú sporiteľňu, ktorá má už splatený prvý úver, čo pre nasledovné úvahy bude znamenať hodnotu $k > 15$.

Objem financií na klientských účtoch je v 1. deň roku *k* daný vzťahom (4.24)

$$D_k = \sum_{l=1}^{5} D_{k-l}^l \qquad (4.24)$$

v ktorom $$D_j^i = V_j(1+s_j)\sum_{l=0}^{i-1}(1+r_{V_j})^l,\ i \in N \qquad (4.25)$$

Úrokový náklad sporiteľne pre *k-tý* rok je potom vyjadrený vzťahom (4.26)

$$C_k = \sum_{l=1}^{5} r_{V_{k-l}} D_{k-l}^l \qquad (4.26)$$

Aby sme zistili objem voľných financií v sporiteľni, musíme vyriešiť úverovú časť sporenia. Veľkosť úverov klientov sporiacich od roku *j* je daná vzťahom (4.27)

$$A_j^0 = c_j D_j^6 \qquad (4.27)$$

V prvej časti 4. kapitoly sme sa už zaoberali problémom určenia splátky a umorovaním dlhu. Podľa značenia v spomenutej kapitole možno stav úverov v roku *k* definovať takto:

$$U_k = \sum_{l=0}^{8} A_{k-6-l}^{l} \qquad (4.28)$$

Pre úrokový výnos vyplývajúci z úverov teda v *k-tom* roku platí vzťah (4.29)

$$I_k = \sum_{l=0}^{8} r_{U_{k-6-l}} A_{k-6-l}^{l} \qquad (4.29)$$

A konečne môžeme vyjadriť financie, s ktorými môže sporiteľňa nakladať v roku k:

$$X_k = C_k - U_k \qquad (4.30)$$

Model citlivosti NII pri paralelnom posune výnosovej krivky

V tejto časti popíšeme riadenie úrokového rizika pomocou modelu citlivosti NII na posun výnosovej krivky. Zatiaľ neberieme do úvahy riziko výnosovej krivky, ale zameriavame sa iba na dopad z jej paralelného posunu. Tento model uvažuje nielen aktuálny stav v stavebnej sporiteľni, ale zároveň aj budúci vývoj klientských vkladov a úverov. V modeli NII nepoužívame na rozdiel od BPV modelu finančné deriváty, ale riadime riziko na základe voľných financií, ktorými sporiteľňa každoročne disponuje.

V našom modeli skúmame, aký je najvhodnejší spôsob investovania voľných financií tak, aby prípadný posun výnosovej krivky mal na zmenu NII minimálny vplyv. Predpokladajme, že sporiteľňa rozdelí voľné financie v pomere 40:60. Menili sme maturitu investícií týchto dvoch častí od 1 do 5 rokov. Okrem kombinácií dvoch investícií je v tejto voľbe automaticky zahrnutá aj tretia možnosť – investovať všetky financie iba do 1 aktíva.

Označme h_j, $j=0..5$ sadzby, za ktoré môže sporiteľňa umiestňovať financie na trhu. Predpokladajme, že sporiteľňa na začiatku roka investuje všetky financie. Dostatočná likvidita v sporiteľni je dosiahnutá prostriedkami, ktoré sporiteľňa drží na peňažnom trhu za O/N sadzbu h_0. V našom modeli uvažujeme, že je to 10 % počiatočných voľných prostriedkov. Táto čiastka vyrovnáva v modeli roky, pri ktorých voľné prostriedky medziročne poklesnú.

Ak označíme $Y = 0{,}9X_k$, tak čistý úrokový výnos pre *k-tý* rok je daný (4.31)

$$NII_k = 0.6Yh_m + 0.4Yh_n + 0.1X_k h_0 - C_k + I_k,\ m,n \in \{1..5\} \qquad (4.31)$$

Zaujíma nás dopad na čistý úrokový výnos v prípade posunu výnosovej krivky. Budeme preto počítať, ako by zmena úrokových sadzieb ovplyvnila NII v jednotlivých rokoch. Označme preto NII_j^+, $j \in N$ čistý úrokový výnos, ktorý je rovný NII_j, $j \in N$ v prípade, že tržné úrokové sadzby sa zvýšia o $\Delta = 0.1\%$. Predpokladajme, že sadzby sa zvýšia hneď po tom, ako v *k-tom* roku investujeme voľné financie. Pre tento rok teda $NII_k^+ = NII_k$.

Na začiatku ďalšieho roku pribudnú nové financie jednak zo zmaturovaných vkladov, a takmer každý rok pribudnú aj nové voľné financie, keďže predpokladáme, že objem vkladov dlhodobo narastá. V prípade, že medziročne voľné financie poklesnú, zníži sa o tento rozdiel likvidná rezerva.

Definujme pre $k \in N$: $M_k = X_{k+1} - X_k$ ak $X_{k+1} - X_k > 0$, (4.32)

$M_k = 0$ inak. (4.33)

Uvažujeme, že sporiteľňa používa tú istú stratégiu ako v prvom roku, a teda investuje voľné financie v rovnakom pomere do tých istých aktív. Posun výnosovej krivky má za následok, že pri výpočte $NII_{k+1}^+, NII_{k+2}^+, \ldots$ používame sadzby $h_j + \Delta,\ j = 0\ldots5$. Táto zmena nemá vplyv na výpočet $NII_{k+1}, NII_{k+2}, \ldots$, pri ktorých používame nezmenené sadzby.

Pôvodné úrokové miery ostávajú pri výpočte $NII_{k+1}^+, NII_{k+2}^+, \ldots$ iba u **nezmaturovaných** aktív investovaných na začiatku *k-tého* roku.

Na konci druhého roku platí, že

$$\begin{aligned} NII_{k+1}^+ &= 0.6(M_k + 0.6Y)(h_1 + \Delta) + 0.4(M_k + 0.6Y)(h_n + \Delta) \\ &+ 0.4Yh_n + 0.1X_k(h_0 + \Delta) - C_{k+1} + I_{k+1} \end{aligned} \quad (4.34)$$

pre $m = 1, n \in \{2..5\}$, alebo

$$\begin{aligned} NII_{k+1}^+ &= 0.6Yh_m + 0.6(M_k + 0.4Y)(h_m + \Delta) + 0.4(M_k + 0.4Y)(h_1 + \Delta) \\ &+ 0.1X_k(h_0 + \Delta) - C_{k+1} + I_{k+1} \end{aligned} \quad (4.35)$$

pre $m \in \{2..5\}, n = 1$, alebo

$$NII_{k+1}^+ = 0.6(Y + M_k)(h_m + \Delta) + 0.4(Y + M_k)(h_n + \Delta) + 0.1X_k h_0 - C_{k+1} + I_{k+1} \quad (4.36)$$

pre $m = n = 1$, alebo v prípade, že žiadna z investícií nematurovala v *k+1* roku:

$$\begin{aligned} NII_{k+1}^+ &= 0.6Yh_m + 0.4Yh_n + 0.6M_k(h_m + \Delta) + 0.4M_k(h_n + \Delta) \\ &+ 0.1X_k(h_0 + \Delta) - C_{k+1} + I_{k+1} \end{aligned} \quad (4.37)$$

pre $m \neq 1, n \neq 1$.

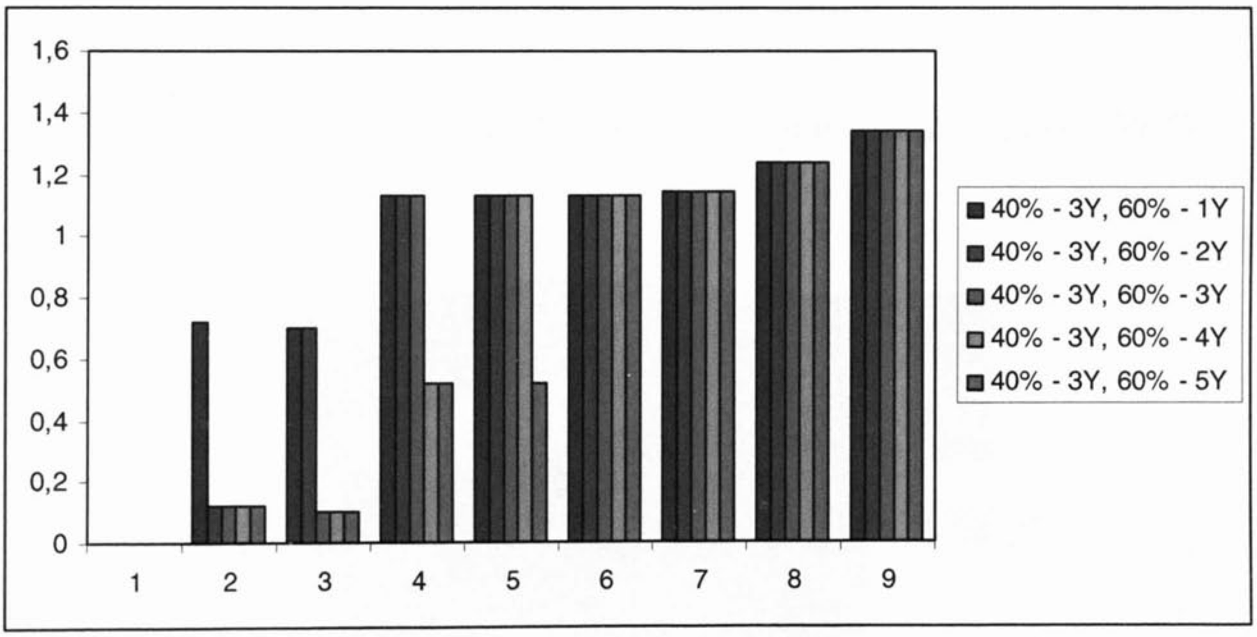
Vzťahy (4.34) – (4.37) platia za podmienky, že $M_k > 0$.

Nás zaujíma hodnota ročných dopadov zmeny úrokových sadzieb na NII, teda

$$\Delta NII_j^+ = \left| NII_j^+ - NII_j \right|, \quad j \in N \quad (4.38)$$

Z hľadiska optimalizácie sú náklady C_k a výnosy I_k pre $\forall k \in N$ pri uvažovaných predpokladoch nepodstatné, keďže nemajú žiaden vplyv na výber optimálnej kombinácie investovania a môžeme ich teda pri optimalizácii zanedbať. Keďže uvažujeme malú zmenu úrokových sadzieb na trhu, klientské sadzby z vkladov a úverov sa nebudú meniť, keďže ich citlivosť na zmenu tržných sadzieb je pomerne malá(viď obrázok 4.3).

Postupne vypočítame ΔNII_j^+ pre roky $j = k...k+15$ podobným spôsobom, aký bol uvedený pre prvý krok, avšak pri výpočte musíme brať do úvahy investície z predchádzajúcich rokov, ktoré budú s rastúcim časom maturovať. Doba 16 rokov pokrýva celé trvanie 1 zmluvy, a keďže budúce hodnoty ΔNII_j^+ majú vzhľadom na diskontný faktor menšiu váhu, javí sa byť voľba takejto dĺžky dostatočná. Keďže uvažujeme investovanie na maximálne 5 rokov, podstatné zmeny, ktoré ovplyvnia výber optimálnej kombinácie sa prejavia práve počas nich. Po tejto dobe budú ročné rozdiely NII_j^+ a NII_j rovnaké bez ohľadu na zvolenú kombináciu(viď obrázok 4.4).



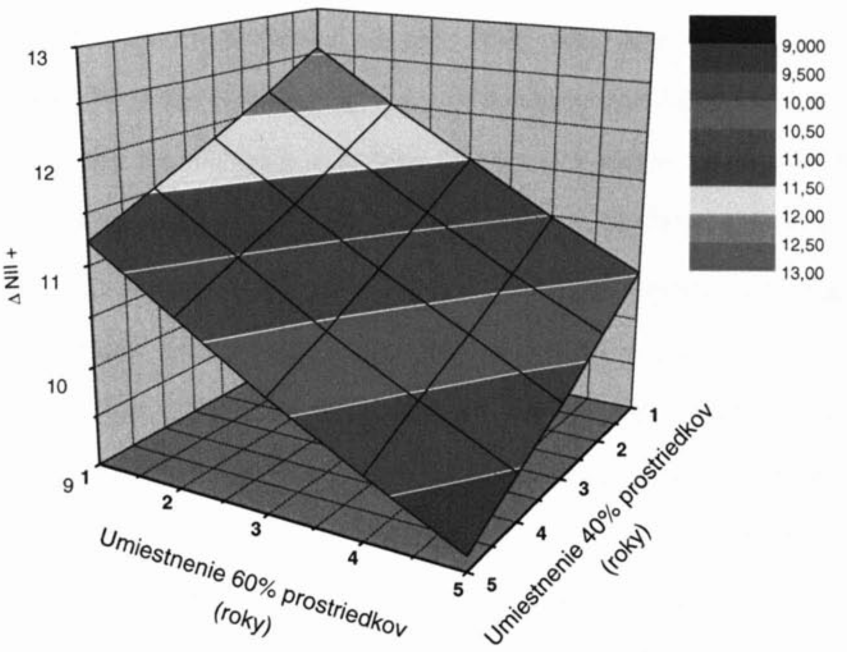
Obrázok 4.4: $NII_j^+ - NII_j$ $j = k...k+8$ *pre kombinácie investovania s aktívom s maturitou 3 roky*

Naše rozhodovanie je založené na snahe minimalizovať zmenu NII v čase, preto teda minimalizujeme

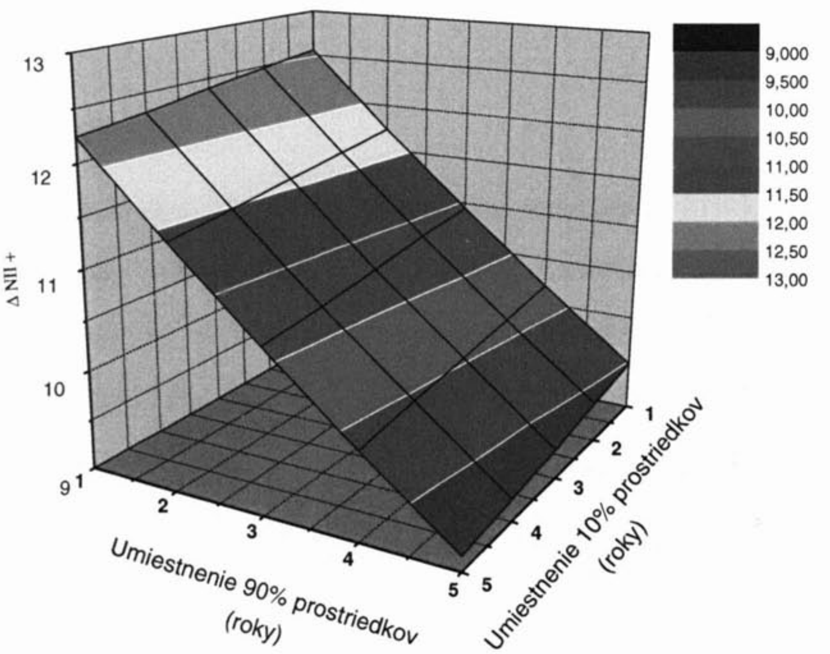
$$\Delta NII^+ = \sum_{j=k}^{k+15} \frac{\Delta NII_j^+}{\left(1 + r_{k,j}\right)^{j-k}} \tag{4.39}$$

kde $r_{k,j}$ je spotová úroková miera v roku k na j rokov.

Absolútna hodnota vo vzorci (4.38) zabraňuje tomu, aby veličina definovaná vzťahom (4.39) bola skreslená vzájomnou elimináciou ročných zmien.



Obrázok 4.5: Citlivosť ΔNII^+ v závislosti na kombinácii investícií pri pomere 40:60



Obrázok 4.6: Citlivosť ΔNII^+ v závislosti na kombinácii investícií pri pomere 10:90

Popísaný postup sme aplikovali na výsledky, ktoré sme dostali simuláciou stavebnej sporiteľne pri rastúcom počte vkladov. Rast je zabezpečený rastovým koeficientom *q=3%*, ktorý je použitý pri celkovom objeme nasporených prostriedkov sporiteľmi začínajúcimi sporiť v rovnakom roku. Pre klientov začínajúcich v roku 1 sme tento objem stanovili na 1.000. Všeobecne v *j-tom* roku bude potom $1000q^{j-1}$.

V roku 16 máme teda nasimulovanú fungujúcu sporiteľňu, ktorá má prvý splatený úver. V modeli sporiteľne sme rok 16 nastavili na rok 2002 tak, aby sme mohli použiť vtedy platnú výnosovú krivku. Na tento rok sme aplikovali hedging metódou citlivosti NII.

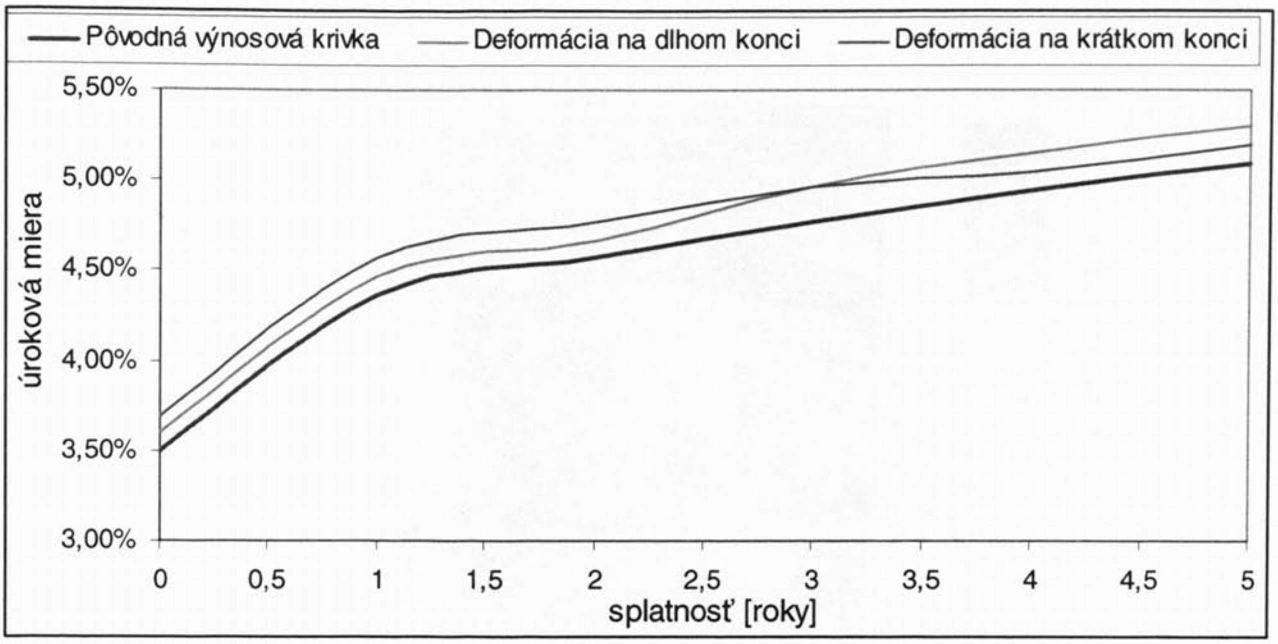
Výsledok je znázornený na obrázku 4.5, kde je na osi x zaznamenávaná maturita 60 % investícií, na osi y maturita ostatných 40 % investícií a os z predstavuje citlivostnú funkciu ΔNII^+. Je zrejmé, že voči posunu výnosovej krivky bude sporiteľňa najlepšie zabezpečená, pokiaľ bude voľné financie investovať dlhodobo, v našom prípade všetko na 5 rokov. Naopak, pri voľbe investícií s kratšou maturitou sa riziko negatívneho dopadu zväčšuje. Takýto výsledok je spôsobený narastajúcim objemom voľných financií v sporiteľni. Situácia by bola komplikovanejšia, keby voľné financie dlhodobo nerástli, ale boli nestabilné a sporiteľňa by si bola nútená niektoré roky požičiavať financie na trhu.

Vynára sa otázka, akým spôsobom by ovplyvnila výber optimálnej kombinácie zmena pomeru, v ktorom investujeme. Voľba iného pomeru vedie k tomu, že graf citlivostnej funkcie sa bude otáčať v prospech dlhodobých investícií (viď obrázok 4.6), pričom optimálna hodnota zostane zachovaná. Zmena investičného pomeru teda nemá na optimalitu významný vplyv.

Deformácia výnosovej krivky

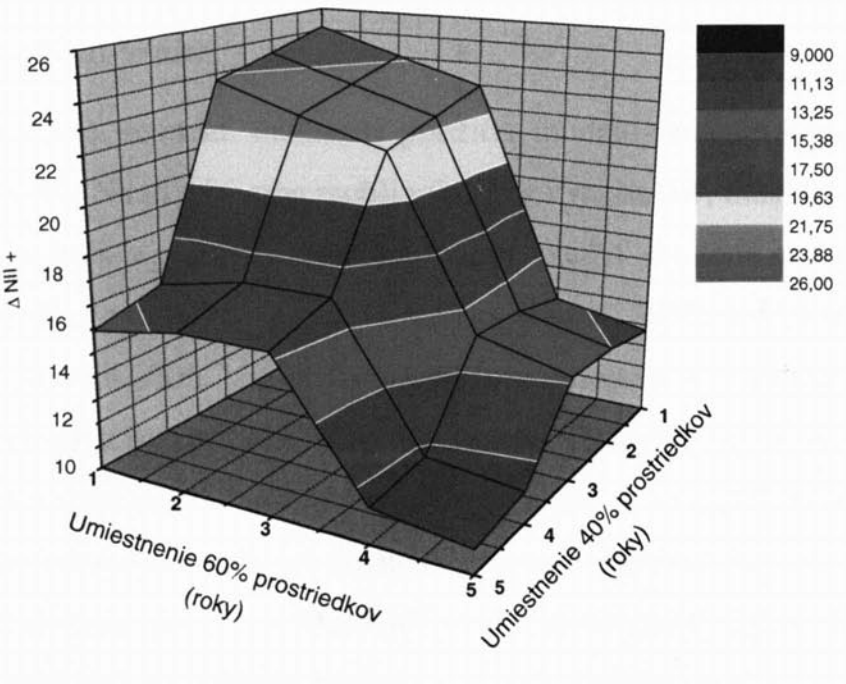
Doposiaľ sme uvažovali iba o paralelnom posune výnosovej krivky. V praxi sa však stáva, že výnosová krivka občas mení svoj tvar. Predstavme si situáciu, keď dôjde k deformácii výnosovej krivky na krátkom, alebo na dlhom konci (viď obrázok 4.7). Uvažujeme, že ak sa deformácia prejaví na krátkom konci, tak úrokové sadzby h_0, h_1, h_2, a h_3 vzrastú o $\Delta_1 = 0.2\%$ a h_4, h_5 o $\Delta_2 = 0.1\%$. Naopak, pokiaľ sa výnosová krivka zdeformuje na dlhom konci, zmenia sa úrokové sadzby h_0, h_1, h_2, a h_3 o $\Delta_2 = 0.1\%$ a h_4, h_5 o $\Delta_1 = 0.2\%$.

Znovu použijeme ten istý spôsob optimalizácie ako v prípade paralelného posunu krivky, rozdiel však nastane pri výpočte NII_j^+, $j \in N$, kde sa teraz sadzby budú meniť o Δ_1, alebo Δ_2 v závislosti na príslušnej deformácii.

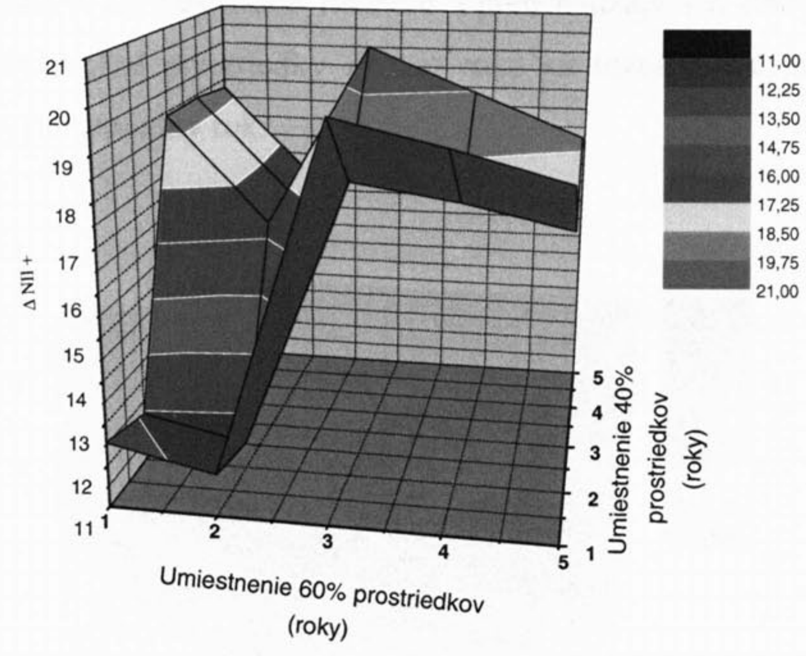


Obrázok 4.7: Výnosová krivka a jej deformácie

Intuitívne by sa dalo očakávať, že pri deformácii na dlhom konci je lepšie investovať krátkodobo a pri deformácii na krátkom konci naopak. Takéto úvahy potvrdzuje obrázok 4.8, ktorý zachycuje citlivostnú funkciu pri deformácii na krátkom konci. Po jeho analýze dôjdeme podobne ako pri paralelnom posune výnosovej krivky k záveru, že dlhodobé investovanie je výhodnejšie. Zmena tvaru grafu (v porovnaní s obrázkom 4.5) je spôsobená rôznymi hodnotami zmien úrokových sadzieb, ktoré sme uvažovali. Za povšimnutie stojí aj skutočnosť, že krátkodobé investovanie je teraz podstatne rizikovejšie ako pri paralelnom posune.



Obrázok 4.8: Citlivosť ΔNII^+ pri deformácii výnosovej krivky na krátkom konci



Obrázok 4.9: Citlivosť ΔNII^+ *pri deformácii výnosovej krivky na dlhom konci*

Zaujímavé výsledky nastali pri deformácii výnosovej krivky na dlhom konci. Na obrázku 4.9 možno pozorovať dve protichodné sily. Podobne ako pri rovnomernej zmene úrokových sadzieb tu existuje tendencia prikláňať sa k dlhodobému investovaniu, keďže aj v tomto prípade uvažujeme posun celej výnosovej krivky. Zároveň je však zmena dlhodobých sadzieb dvojnásobne väčšia ako krátkodobých. Záverom tohto protichodného pôsobenia je výrazná „pokrivenosť" citlivostnej funkcie s optimálnou kombináciou investovania na dva roky. Najhorším rozhodnutím v tomto prípade by bola voľba strednodobého horizontu investovania (3, 4 roky).

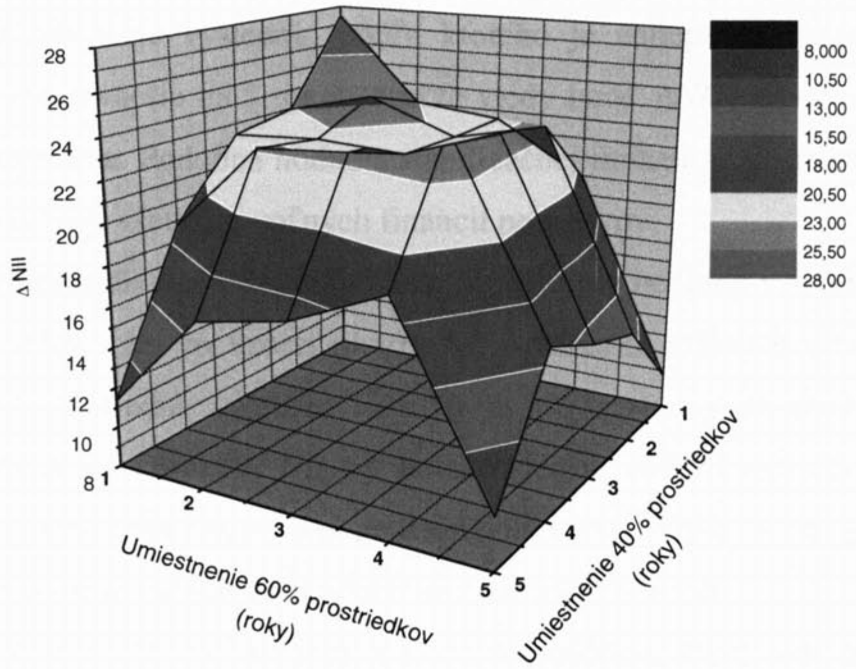
Model úrokovej miery Hull-White

V tejto časti sa budeme venovať možnosti použitia modelovania úrokovej miery pri hedgingu úrokového rizika. Na to, aby sme mohli výsledky vyhodnotiť, musíme namiesto 16 ročného obdobia, ako to bolo v predchádzajúcom období, použiť skrátené obdobie 4 rokov. Výnosová krivka použitá v modeli je swapová krivka z roku 2002. Budeme modelovať vývoj úrokovej miery do roku 2006. Vstupným parametrom modelu je smerodatná odchýlka reálnych úrokových sadzieb z rokov 2002-2006. Uvažujeme iba paralelný posun výnosovej krivky, pričom veľkosť a smer posunu udávajú medziročné zmeny namodelovanej sadzby.

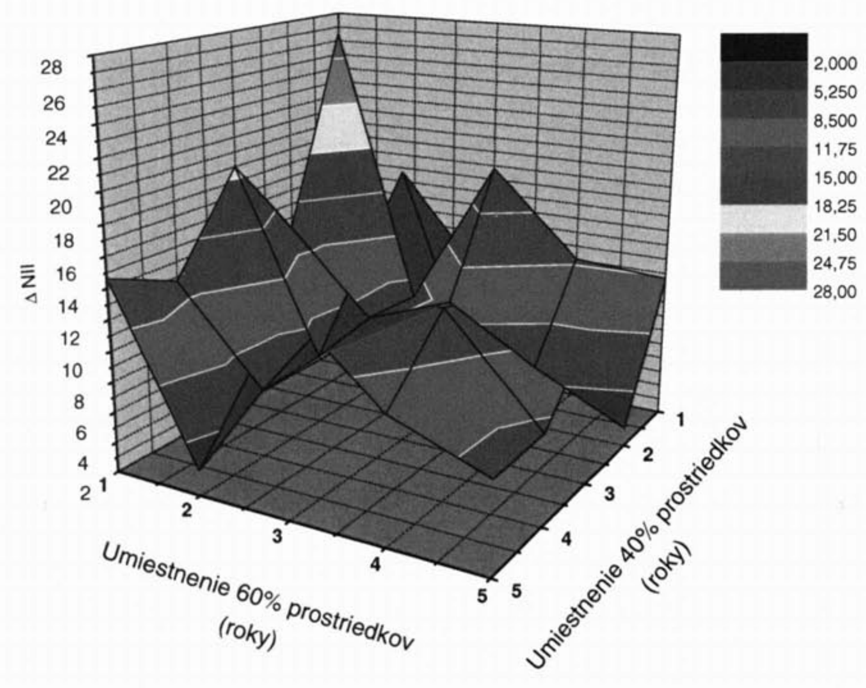
Znovu uvažujme umiestňovanie voľných financií v pomere 40:60 na 1-5 rokov.

Podobne ako doteraz bude pre nás rozhodujúcim faktorom pre hedging dopad zmeny úrokových sadzieb. Tento krát na základe namodelovaných úrokových sadzieb vypočítame

NII_k pre $k = 1...5$. Spôsob výpočtu bude v prvom roku rovnaký ako v (4.31), v ďalších rokoch berieme do úvahy zainvestované financie z predchádzajúcich období, ktoré majú nezmenené výnosy, ale voľné prostriedky z tohto roku sú investované za sadzby podľa namodelovanej krivky pre aktuálny rok.



Obrázok 4.10: ΔNII pri použití modelových úrokových sadzieb



Obrázok 4.11: ΔNII pri použití reálnych úrokových sadzieb

Pre naše rozhodovanie použijeme veličinu

$$\Delta NII = \sum_{k=1}^{4} \left| \frac{NII_{k+1}}{(1+r_{0,k+1})^{k+1}} - \frac{NII_k}{(1+r_{0,k})^k} \right| \qquad (4.40)$$

kde $r_{0,k}$ je spotová úroková miera na k rokov.

Jedná sa teda o stabilizačnú funkciu čistého úrokového výnosu.

Obrázok 4.10 zobrazuje výsledok, podľa ktorého je najlepšou stratégiou investovať menšiu časť na 1 rok a väčšiu na 5 rokov, keďže vtedy bude ΔNII vypočítaná podľa Hull-White modelu minimálna. Podobná hodnota stabilizačnej funkcie je dosiahnutá aj v prípade dlhodobého investovania všetkých voľných financií na 5 rokov.

Aby sme mohli posúdiť využitie Hull-White modelu pre hedging v stavebnej sporiteľni, musíme vyjadriť ΔNII ako vo vzorci (4.40), ale s použitím reálnych úrokových sadzieb z rokov 2002-2006. Výsledok takéhoto výpočtu je zaznamenaný na obrázku 4.11. Graf naznačuje, že z hľadiska citlivosti NII by bolo najlepšie voliť kombináciu dvojročných a päťročných aktív. Optimum dosiahnuté podľa modelu Hull-White nie je až také výhodné. Hull-White model správne vylúčil krátkodobé investovanie na 1 rok.

Vzniknutý nesúlad môže byť spojený s krátkou periódou, ktorú sme použili pre naše rozhodovanie (4 roky), ale tento fakt je vynútený možnosťou porovnania modelových výsledkov a reality. Iným negatívnym vplyvom môže byť fakt, že pri modelovaní sme uvažovali iba paralelný posun výnosovej krivky, kým v skutočnosti sa krivka rôzne deformovala.

Záver

Cieľom tejto diplomovej práce bolo prezentovať modely riadenia rizík vo finančných inštitúciách a zvážiť možnosť ich využitia v stavebnej sporiteľni. Predstavili sme gapovú analýzu, duračnú gapovú analýzu a simuláciu. Veľmi často používaná gapová analýza má napriek svojím prednostiam nedostatok v tom, že nepostihuje riziko vtelenej opcie. Z tohto dôvodu je pre reálne použitie v stavebnej sporiteľni nevhodná, pretože ako bolo v práci uvedené, stavebné sporenie obsahuje viacero vtelených opcií. Tento nedostatok je okrem iného nevýhodou duračnej gapovej analýzy.

Keďže tieto metódy neboli použiteľné v stavebnej sporiteľni, predstavili sme model BPV a model NII. BPV model využíval pri riadení úrokového rizika finančné deriváty, pomocou ktorých sa zaisťovali budúce finančné toky vyplývajúce z kontraktu stavebného sporenia proti pohybu výnosovej krivky nahor a nadol. Hedging bol v tomto prípade aplikovaný na každú zmluvu zvlášť. Na základe výpočtov boli stanovené objemy forwardov, ktoré je treba nakúpiť, alebo predať. Hlavným nedostatkom tohto modelu je ťažko uskutočniteľný predpoklad hedgovania každej zmluvy v momente jej uzatvorenia a fakt, že hedgujeme aj toky z úverovej časti, hoci nie všetci klienti úver v skutočnosti čerpajú.

Reálnejší bol model NII, ktorý nebral za podklad hedgingu jednotlivé kontrakty, ale celkový objem voľných prostriedkov, ktorými sporiteľňa každoročne disponuje. Predpokladali sme investovanie do kombinácie dvoch aktív s maturitou 1 až 5 rokov. Výsledky boli vyhodnocované na základe senzitivity čistého úrokového výnosu na zmenu úrokových sadzieb. Všeobecne možno vyvodiť záver, že citlivosť NII na zmenu úrokových sadzieb je minimálna pri investovaní na najväčšiu možnú dobu. Pozorovali sme aj citlivosť pri deformácii výnosovej krivky na krátkom a dlhom konci. Kým u deformácie na krátkom konci boli výsledky podobné ako pri paralelnom posune výnosovej krivky, pri deformácii na dlhom konci bolo optimálne investovať na dva roky, pričom strednodobé investície sa javili ako najnevýhodnejšie. Na záver sme hodnotili použiteľnosť modelovania úrokovej miery pomocou modelu Hull-White pri našom rozhodovaní. Tá je obmedzená, hoci takýto záver mohol byť spôsobený nedostatočnou dĺžkou časovej rady, ktorú sme použili, aby mohli byť výsledky porovnané s realitou; prípadne zanedbaním rizika výnosovej krivky.

Logickým pokračovaním tejto práce by bolo rozšírenie modelu NII o klientské správanie, kde by klienti rôzne využívali svoje opcie. Na základe toho by sa stanovil presnejší odhad voľných financií, ktorými sporiteľňa disponuje, a ktoré by neinvestovala iba do kombinácie dvoch aktív cyklicky, ale rozdelila ich v rôznom pomere medzi všetky aktíva. Každý rok by volila inú kombináciu s ohľadom na stabilizáciu NII. Vzhľadom na množstvo parametrov a časovú náročnosť nie sú tieto výpočty súčasťou tejto práce.

Literatúra

Brealey, R.A., Myers, S.C. (1992): Teorie a praxe firemních financí, Victoria Publishing

Cieleback, M. (2001): Optionsaspekte der Zinssicherung durch Bauspardarlehen und ihre Implikationen für die Wohneigentumsfinanzierung, Dizertačná práca, Universität Bayreuth

Gardner, M.J., Mills, D.L. (1991): Managing Financial Institutions - An Asset / Liability Approach, Fort Worth : Harcourt Brace Jovanovich

Ho, T.S.Y., Lee, S.-B (1986): Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims, Journal of Finance, 41, 1011-29

Hull, J., White, A.(1996): Using Hull-White interest rate trees, Journal of Derivatives

Hull, John (2005): Options, Futures, and Other Derivates, Prentice Hall

Jílek, J.(2002): Finanční a komoditní deriváty, Grada

Jílek, J.(2005): Finanční a komoditní deriváty v praxi, Grada

Rose, P.S.(2002): Commercial bank management, McGraw Hill

Roy, Friedemann (2004): The Implementation of Contract Savings Schemes for Housing (Bausparen) in Belarus - Features, Recommendationes and Examples, Verband der Privaten Bausparkassen

Ziegler, K., Žalman, L., Šperl, J., Mrkva, J., Černý, L., Lukáš, V., Nidetzký, T. (1997): Finanční řízení bank

Zákon č. 96/1993 Sb., o stavebním spoření a státní podpoře stavebního spoření

Internetové odkazy

Česká národní banka: *www.cnb.cz*

Českomoravská stavební spořitelna: *www.cmss.cz*

Príloha A

Použité pojmy*

Bezkupónový dlhopis

Dlhopis, ktorý v období od emisie do úplného splatenia nie je spojený s kupónovými platbami a pri splatnosti dochádza ku splateniu nominálnej hodnoty.

Dlhopis

Cenný papier, s ktorým je spojené právo požadovať splatenie dlžnej čiastky v nominálnej hodnote dlhopisu ku dňu splatnosti dlhopisu a vyplateniu výnosov z neho k určenému dátumu, alebo dátumom a povinnosť osoby, ktorá dlhopis vydala, tieto práva uspokojiť.

Finančný derivát

Finančný nástroj, ktorého hodnota sa mení v závislosti na zmene úrokovej miery, ceny cenných papierov, cien komodít, menového kurzu, cenového hodnotenia, úverového indexu, alebo podobnej premennej (*underlying*). Ďalej nevyžaduje žiadnu, alebo iba nízku počiatočnú investíciu vzhľadom k iným kontraktom, ktoré reagujú podobne na zmenu trhových podmienok. Finančný derivát sa vysporiada v budúcnosti.
(Definícia podľa medzinárodných účtovných štandardov – IAS 39)

Forward

OTC derivát s vysporiadaním (výmenou, dodaním) dvoch podkladových nástrojov v jednom okamihu v budúcnosti. Môže sa jednať o výmenu pevnej čiastky hotovosti v jednej mene za dosiaľ neznámu čiastku hotovosti, či za dlhový cenný papier, úver, vklad, alebo pôžičku v tej istej mene (úrokový, resp. úverový forward), o výmenu pevnej čiastky hotovosti v jednej mene za pevnú čiastku hotovosti v inej mene (menový forward), za akciový nástroj (akciový forward), či za komoditný nástroj (komoditný forward).

Forwardová výnosová krivka

Súčasný odhad výnosovej krivky v budúcnosti na základe súčasnej výnosovej krivky.

Libor

Úrokové miery na peňažné prostriedky v rôznych menách ponúkané na londýnskom medzibankovom trhu so splatnosťou od 1 dňa až po 1 rok

Opcia

OTC, alebo burzový derivát s právom jedného partnera (držiteľa opcie) na vysporiadanie (výmenu, dodanie) v jednom okamihu v budúcnosti (Európska opcia), alebo počas určitého obdobia v budúcnosti (Americká opcia).

Pribor

Úrokové miery na peňažné prostriedky v českej korune ponúkané na pražskom medzibankovom trhu so splatnosťou od 1 dňa až do 1 roku

Swap

OTC derivát s vysporiadaním (výmenou, dodaním) podkladových nástrojov vo viacero okamihoch v budúcnosti. Obvykle sa jedná o vysporiadanie v hotovosti. Prakticky sa jedná o kontrakt na výmeny podkladových materiálov v budúcnosti, t.j. predstavuje niekoľko forwardov s postupnou výmenou podkladových nástrojov. Obdobnými kritériami ako boli u forwardov rozlišujeme swapy úrokové, úverové, menové, akciové a komoditné.

Výnosová krivka

Závislosť výnosu do splatnosti bezkupónových dlhopisov emitovaných štátom na ich splatnosti. Tvar výnosovej krivky je závislý na očakávaní o zmenách krátkodobých úrokových mier, regulovaných centrálnou bankou. Pokiaľ sa neočakáva žiadna zmena krátkodobých úrokových mier, alebo sa očakáva rast, prípadne len mierny pokles, tak je výnosová krivka rastúca. Takto vyzerá normálna výnosová krivka. V prípade, že sa očakáva silný pokles krátkodobých úrokových mier, tak je výnosová krivka klesajúca.

* Použité pojmy na vytvorené na základe Jílka (2002)

Príloha B

Tabuľka 1.1: Priebeh stavebného sporenia pri pravidelných mesačných vkladoch

Rok	mes.	účet	úroky za minulý mes.	úroky za minulý rok	ročné úspory	štátna podpora	Rok	mes	účet	úroky za minulý mes.	úroky za minulý rok	ročné úspory	štátna podpora
	1	1000						1	41901	67	688	12688	
	2	2000	2					2	42901	70			
	3	3000	3					3	45804	72			1903
	4	4000	5					4	46804	76			
	5	5000	7					5	47804	78			
1	6	6000	8				4	6	48804	80			
	7	7000	10					7	49804	81			
	8	8000	12					8	50804	83			
	9	9000	13					9	51804	85			
	10	10000	15					10	52804	86			
	11	11000	17					11	53804	88			
	12	12000	18					12	54804	90			
	1	13130	20	130	12130			1	56784	91	980	12980	
	2	14130	22					2	57784	95			
	3	16950	24			1820		3	60731	96			1947
	4	17950	28					4	61731	101			
	5	18950	30					5	62731	103			
2	6	19950	32				5	6	63731	105			
	7	20950	33					7	64731	106			
	8	21950	35					8	65731	108			
	9	22950	37					9	66731	110			
	10	23950	38					10	67731	111			
	11	24950	40					11	68731	113			
	12	25950	42					12	69731	115			
	1	27352	43	403	12403			1	72009	116	1278	13278	
	2	28352	46					2	73009	120			
	3	31213	47			1860		3	76001	122			1992
	4	32213	52					4	77001	127			
	5	33213	54					5	78001	128			
3	6	34213	55				6	6	79001	130			
	7	35213	57					7	80001	132			
	8	36213	59					8	81001	133			
	9	37213	60					9	82001	135			
	10	38213	62					10	83001	137			
	11	39213	64					11	84001	138			
	12	40213	65					12	85001	140			
								1	86584	142	1583	12583	
							7	2	86584	144			
								3	88910	144			2038